

Etude Semi Expérimentale de la Réponse Dynamique d'un Disque Mince Excité par une Force de Coupe de Tournage

M. C. Djamaa, I. Meddour, M. Khechana and A. Djebala

Laboratoire de Mécanique & Structures, Université du 8 mai 1945, BP. 401 Guelma, Algérie.
mc_djamaa@yahoo.fr.

Résumé.

L'usinage des pièces déformables tels que les tubes minces et les disques de faible épaisseur pose souvent beaucoup de problèmes aussi bien par leur flexion statique que par leurs vibrations sous l'effet des efforts de coupe. Ce qui peut affecter la qualité de la pièce finie et même détruire la pièce en cas de résonance. Un choix approprié des conditions de coupe, en faisant des simulations numériques et des expérimentations, est donc nécessaire pour pouvoir limiter ces problèmes.

Dans un premier temps, nous présentons la formulation mathématique d'un modèle analytique afin de calculer la réponse d'un disque circulaire en vibration libre. Les résultats du calcul numérique vont être comparés avec ceux issus d'un calcul en éléments finis, réalisé par le logiciel I-DEAS. Dans un second temps, nous présentons l'équation mathématique en vibration forcée sans faire le calcul de la réponse due aux efforts de coupe comme étant le paramètre essentiel intervenant dans le processus d'usinage. Ces efforts de coupe peuvent être simulés par différents modèles incluant une grandeur fixe qui représente l'effort statique et une partie dynamique qui représente les fluctuations de l'effort. Dans la troisième partie et comme le caractère de ces efforts est aléatoire, nous avons choisi une autre alternative basée sur une combinaison du modèle éléments fini et les efforts mesurés par un dynamomètre Kistler lors des essais de tournage. Le but de cette procédure est de pouvoir calculer la réponse dynamique du disque en utilisant toujours le logiciel I-DEAS afin d'appréhender les phénomènes vibratoires qui conduisent au choix des conditions de coupe adéquates.

INTRODUCTION

L'usinage des pièces flexibles nécessite des études du comportement dynamique du processus. Lors d'une opération d'usinage, les vibrations peuvent être contrôlées à priori, par l'optimisation d'un grand nombre de variables telles que les paramètres de coupe, la flexibilité de la pièce et celle de l'outil. Plusieurs travaux de recherche se sont intéressés à la caractérisation du comportement dynamique des pièces et d'outils lors de l'usinage. Dans ce cas, les modèles proposés pour prévoir la réponse dynamique sont plus au moins complexes en fonction du nombre d'éléments considérés (pièce, outil, dispositifs, machine-outil, ...) et des phénomènes de coupe à modéliser.

L'usinage de parois minces est rencontré dans de nombreux domaines industriels tels que le secteur aéronautique et spatial, l'industrie des moules, les turbomachines, etc. Ces parois minces posent souvent des problèmes d'usinage, aussi bien par leur flexion statique que par leurs vibrations. Il s'agit essentiellement du tournage des tubes et éventuellement des disques tels que les disques de freins, lors de l'affûtage des disques ce découpage du papier où des vibrations générées par le processus se sont observés [1] et lors de l'usinage des disques à ailettes des turbomachines qui sont souvent des pièces très fines, fortement courbées et encastrées sur un seul coté. Le phénomène de broutement est signe caractéristique de vibrations lors de l'usinage et qui se traduit le plus souvent par des nuisances sonores, des dégradations des états de surface et parfois par des bris d'outils et des pièces [2]. En général, pour étudier ce phénomène, il est

d'usage de fixer tous les paramètres de coupe à l'exception de la profondeur de passe et la vitesse de rotation car pour une vitesse de rotation donnée, il y a une profondeur de passe au-delà de laquelle le phénomène intervient [3]. Pour étudier le phénomène de broutement en tournage et son influence sur l'état de surface d'un disque, Bourdim [4] propose une configuration avec un outil en porte à faux. Il considère le cas où la section du copeau sera variable. Cette variation de l'effort va engendrer une amplification des vibrations et donc un phénomène de broutement régénératif. Pour mieux appréhender ce phénomène, Berteaux [5] a présenté une synthèse sur l'initiation et l'évolution du broutement en tournage oblique. Il montre qu'au cours de la formation du copeau, un bourrelet de matière se forme en induisant des efforts de coupe dans les directions tangentielle et axiale qui agissent sur l'arête coupante. Dès que les efforts de coupe se relâchent au cours du cisaillement des segments de copeaux, l'outil revient à sa position initiale. Ce phénomène se répète et génère des vibrations caractéristiques du broutement. Dans un travail réalisé en [6], l'auteur a modélisé le comportement dynamique d'un outil de tournage par la poutre de Bernoulli et les déplacements du bec de l'outil sont calculés et comparés avec ceux obtenus par simulation sur I-DEAS en se servant des efforts de coupe mesurés.

EQUATIONS DE MOUVEMENT D'UN DISQUE MINCE

Un disque mince, homogène et isotrope d'épaisseur uniforme, encastré à son contour intérieur et libre à son contour extérieur est présenté en (**Fig. 1**).

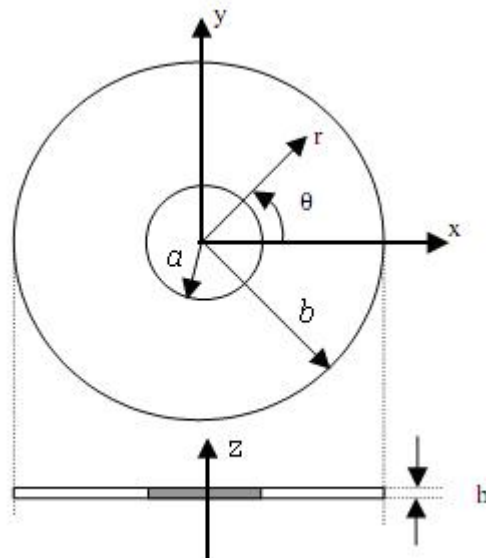


Figure 1. Disque circulaire

Avec : a rayon intérieur, b rayon extérieur, h épaisseur, E module d'Young, ρ masse volumique, ν coefficient de poisson.

La dynamique des plaques circulaires a fait l'objet de nombreux travaux [7, 8, 9, 10, 11 et 12]. Il y'a ceux qui s'intéressent à l'étude dynamique des disques minces sans rotation, avec rotation et ceux qui traitent l'analyse de leur stabilité.

L'équation différentielle peut être exprimée en coordonnées polaires :

$$D\nabla_r^4 w(r, n, t) + \dots h \frac{\partial^2 w(r, n, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Avec : } D = \frac{Eh^3}{12(1-\epsilon^2)} \text{ et } \nabla_r^2 = \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial n^2}$$

La solution générale de l'équation (1) peut être développée selon une série de fonctions connues [8]. Les variations radiales peuvent être approximées par une série de fonction de Bessel, alors que les variations circonférentielles peuvent être approximées par une série de Fourier.

$$w(r, n, t) = R_n(r)(\cos(n_n) + \sin(n_n)) \sin(\check{S}t) \quad (2)$$

$$R_n(r) = C_1 J_n(\}mn r) + C_2 Y_n(\}mn r) + C_3 I_n(\}mn r) + C_4 K_n(\}mn r) \quad (3)$$

- Avec : - Pulsation en rad/sec
 - J_n fonction de Bessel de 1^{ère} espèce
 - Y_n fonction de Bessel de 2^{ème} espèce
 - I_n fonction de Bessel modifiée de 1^{ère} espèce
 - K_n fonction de Bessel modifiée de 2^{ème} espèce
 - C_1, C_2, C_3 et C_4 constantes.

Les conditions aux limites imposées au disque sont les suivantes :

$$w(r, n, t)|_{r=a} = \frac{\partial w(r, n, t)}{\partial r} \Big|_{r=a} = 0 \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w(r, n, t)}{\partial r^2} + \epsilon \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w(r, n, t)}{\partial n^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w(r, n, t)}{\partial r} \right) \right) \Big|_{r=b} = 0 \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial^2 w(r, n, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w(r, n, t)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w(r, n, t)}{\partial n^2} \right) + \\ & \frac{1-\epsilon}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial n^2} \left(\frac{\partial w(r, n, t)}{\partial r} + \frac{w(r, n, t)}{r} \right) \end{aligned} \right|_{r=b} = 0 \quad (6)$$

Après la substitution de l'équation (2) dans les équations (4 à 6), on obtient les équations suivantes :

$$J_n(\}mn, a)C_1 + Y_n(\}mn, a)C_2 + I_n(\}mn, a)C_3 + K_n(\}mn, a)C_4 = 0 \quad (7)$$

$$J'_n(\}mn, a)C_1 + Y'_n(\}mn, a)C_2 + I'_n(\}mn, a)C_3 + \}mn K'_n(\}mn, a)C_4 = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
& \left(J_{mn}'' J_n''(\{mn, a\}) - n^2 \frac{\epsilon}{b^2} J_n(\{mn, a\}) + \frac{\epsilon}{b} \{mn\} J_n'(\{mn, a\}) \right) C_1 + \\
& \left(J_{mn}'' y_n''(\{mn, a\}) - n^2 \frac{\epsilon}{b^2} y_n(\{mn, a\}) + \frac{\epsilon}{b} \{mn\} y_n'(\{mn, a\}) \right) C_2 + \\
& \left(J_{mn}'' I_n''(\{mn, a\}) - n^2 \frac{\epsilon}{b^2} I_n(\{mn, a\}) + \frac{\epsilon}{b} \{mn\} I_n'(\{mn, a\}) \right) C_3 + \\
& \left(J_{mn}'' K_n''(\{mn, a\}) - n^2 \frac{\epsilon}{b^2} K_n(\{mn, a\}) + \frac{\epsilon}{b} \{mn\} K_n'(\{mn, a\}) \right) C_4 = 0
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
& \left(J_{mn}''' J_n'''(\{mn, a\}) - n^2 \frac{2-\epsilon}{b^2} J_n'(\{mn, a\}) + n^2 \frac{3-\epsilon}{b^3} J_n(\{mn, a\}) + \right. \\
& \left. \frac{1}{b} \{mn\}^2 J_n''(\{mn, a\}) - \frac{1}{b^2} \{mn\} J_n'(\{mn, a\}) \right) C_1 + \left(J_{mn}''' y_n'''(\{mn, a\}) - \right. \\
& \left. n^2 \frac{2-\epsilon}{b^2} y_n'(\{mn, a\}) + n^2 \frac{3-\epsilon}{b^3} y_n(\{mn, a\}) + \frac{1}{b} \{mn\}^2 y_n''(\{mn, a\}) - \right. \\
& \left. \frac{1}{b^2} \{mn\} y_n'(\{mn, a\}) \right) C_2 + \left(J_{mn}''' I_n'''(\{mn, a\}) - n^2 \frac{2-\epsilon}{b^2} I_n'(\{mn, a\}) + \right. \\
& \left. n^2 \frac{3-\epsilon}{b^3} I_n(\{mn, a\}) + \frac{1}{b} \{mn\}^2 I_n''(\{mn, a\}) - \frac{1}{b^2} \{mn\} I_n'(\{mn, a\}) \right) C_3 + \\
& \left(J_{mn}''' K_n'''(\{mn, a\}) - n^2 \frac{2-\epsilon}{b^2} K_n'(\{mn, a\}) + n^2 \frac{3-\epsilon}{b^3} K_n(\{mn, a\}) + \right. \\
& \left. \frac{1}{b} \{mn\}^2 K_n''(\{mn, a\}) - \frac{1}{b^2} \{mn\} K_n'(\{mn, a\}) \right) C_4 = 0
\end{aligned} \tag{10}$$

Les équations (7 à 10) peuvent être mises sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

Les constantes C_1 , C_2 , C_3 et C_4 sont non nulles, il faut donc rechercher les valeurs de mn pour lesquelles le déterminant de la matrice s'annule.

Pour la recherche des valeurs propres de la matrice $[M]$, nous avons utilisé la méthode de Newton. Vu le nombre des éléments de la matrice et la présence des fonctions de Bessel et leurs dérivées de différents ordres, un programme en MATLAB a été élaboré afin de trouver les expressions finales de chaque élément de la matrice et l'expression du déterminant. Les valeurs propres sont reliées à la pulsation propre du disque par la relation :

$$\check{S}_{mn} = 2ff_{mn} = \sqrt{\frac{D\}^4_{mn}}{\dots h}} \quad (12)$$

(m, n) représentent le nombre de cercles nodaux et de diamètres nodaux respectivement.

SIMULATION NUMERIQUE

Les caractéristiques du disque sont regroupées dans le tableau 1.

Tableau 1. Caractéristiques du disque circulaire

Caractéristiques dimensionnelles		Caractéristiques mécaniques	
Rayon intérieur a	0.1m	Module de Young	$1.1e^{11} \text{ N/m}^2$
Rayon extérieur b	0.2m	Masse volumique	4430 Kg/m^3
Epaisseur h	0.003m	Coefficient de Poisson	0.35

Nous avons utilisé le logiciel de calcul MATLAB pour la recherche des valeurs propres et par conséquent les fréquences des différents modes du disque.

En plus du calcul des fréquences propres du disque par Matlab (valeurs en Gras, tableau 2), nous avons réalisé une simulation numérique par éléments finis en se servant du logiciel I-DEAS (valeurs en italique, tableau 2). Les résultats obtenus par la simulation numérique en éléments finis se montrent en parfaite concordance avec ceux obtenus par la méthode analytique.

D'après ce tableau, le calcul par I-DEAS fait apparaître deux modes de traction-compression (4761.5 Hz et 6453.4 Hz).

Tableau 2. Fréquences propres du disque.

m \ n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	240.5 <i>240.3</i>	244.2 <i>243.9</i>	266.8 <i>266.1</i>	333.2 <i>331.9</i>	458.0 <i>456.0</i>	639.9 <i>637.0</i>	873.2 <i>868.9</i>	1153.3 <i>1147.0</i>	1477.2 <i>1468.1</i>
1	1562.7 <i>1554.7</i>	1592.5 <i>1583.9</i>	1682.3 <i>1671.9</i>	1833.4 <i>1820.1</i>	2047.4 <i>2030.3</i>	2325.9 <i>2304.2</i>	2669.9 <i>2642.9</i>	3080.0 <i>3046.5</i>	3555.2 <i>3513.8</i>
2	4470.7 <i>4420.3</i>	4502.1 <i>4450.5</i>	4596.9 <i>4541.7</i>	4756.1 <i>4695.2</i>	4981.4 <i>4912.4</i>	5274.6 <i>5195.4</i>	5637.2 <i>5545.7</i>	6070.6 <i>5964.7</i>	

CALCUL DE LA REPONSE FORCEE

Afin de pouvoir calculer la réponse dynamique du disque, il faut introduire les efforts d'excitation. Dans notre cas, l'introduction de l'effort de coupe axial dont la direction est parallèle à l'axe de rotation du disque est nécessaire.

L'équation différentielle, qui gouverne la réponse forcée, est identique à celle reportée par l'équation 1 sauf que là on introduit l'amortissement structural et les efforts d'excitation.

$$D\nabla_r^4 w(r, n, t) + \dots h \frac{\partial^2 w(r, n, t)}{\partial t^2} + y h \frac{\partial w(r, n, t)}{\partial t} = F(r, n, t) \quad (13)$$

Où y représente l'amortissement structural et $F(r, n, t)$ représente la force d'excitation.

La modélisation des efforts de coupe est évidemment un enjeu majeur de recherche en usinage. Un modèle prédictif permettrait, en effet, de savoir avant d'usiner, les efforts exercés sur la pièce. On pourrait dans le cas des parois minces déterminer la déformation statique de la pièce sous l'effet des efforts de coupe et éventuellement compenser son recul par une compensation sur la trajectoire programmée de l'outil par exemple.

Les efforts de coupe dépendent de la nature du matériau de la plaquette et de la matière usinée. Les modèles de ces efforts peuvent s'exprimer par des expressions mathématiques qui se basent essentiellement des paramètres de coupe (vitesse de coupe V , avance a_p et profondeur de passe p). Ce modèle peut être linéarisé afin d'exprimer les interactions entre paramètres.

$$F = CV^x a_p^y p^z \quad (14)$$

Avec: C une constante qui tient compte des conditions de coupe, x , y et z exposants indiquant le degré d'influence des facteurs de coupe sur la force.

Petropoulos et *al.* [13] développent un modèle prédictif pour des composants de force de coupe en tournage longitudinal avec un outil en carbure en fonction des conditions de coupe. La méthode de Taguchi est employée pour le plan des expériences et l'analyse est exécutée en utilisant la méthodologie des surfaces de réponse.

$$F = C + xV + ya_p + zp + C_{vp} Vp + C_{va} Va_p + C_{ap} a_p p \quad (15)$$

L'effort de coupe peut être exprimé aussi par un modèle tenant compte de la pression spécifique de coupe (k_s), défini comme étant l'énergie nécessaire à l'enlèvement d'un volume donné de copeaux. En général, la section de copeaux est variable suite à la déformation de la pièce sous l'action de l'outil et donc, la variation de l'effort de coupe en fonction de l'épaisseur de copeau (h) a une allure exponentielle comme celle dans le modèle de Kienzle [13].

$$F = K_{s1} l_b h^{(1-p)} \quad (16)$$

Où l_b est la longueur de coupe. k_{s1} (égale à k_s si $A=1\text{mm}^2$) et p sont des constantes identifiées expérimentalement en fonction des couple outil-matière.

Une approche semi-empirique proposée par Goktan et Gunes [14] a pour objet de prédire les forces de découpage de roche sous des géométries variables de l'outil. Les comparaisons entre valeurs expérimentales de la force et celles calculées par le modèle sont valides et les équations de prévision établies sont statistiquement significatives. Dans tous ces modèles, la fluctuation de la force dans le temps n'est pas prise en compte. Dans un travail présenté par Tash et *al.* [15], les auteurs proposent une nouvelle technique basée sur l'incorporation d'un filtre pass-bas dans un algorithme de traitement des signaux temporels afin de calculer la force et le moment de coupe moyen pendant le processus de forage. Tous les signaux ont été indépendamment surveillés, digitalisés et enregistrés. Une force de coupe dynamique, appliquée au point de coordonnées (r_0, θ_0) sur le disque, peut être exprimée par des fonctions périodiques.

$$F(r, \theta, t) = F_0 \cos(\check{S}_F t) u(\theta - \theta_0) u(r - r_0) \quad (17)$$

Les déplacements vibratoires du disque peuvent être calculés en introduisant l'équation 17 dans l'équation 13. Ce calcul n'a pas été réalisé car même si on introduit une fonction aléatoire pour caractériser le caractère aléatoire de l'effort mesuré, on ne peut faire qu'une étude qualitative mais pour savoir la valeur exacte de la réponse, les valeurs des efforts de coupe mesurés sont nécessaires.

PARTIE EXPERIMENTALE

En réalité, les efforts de coupe sont facilement mesurables par des capteurs dynamométriques telle que la plate-forme "Kistler" qui permet d'enregistrer l'intensité des efforts de coupe en temps réel selon les trois directions principales de coupe. Les résultats de l'effort de coupe axial mesuré lors d'une opération de tournage en fonction de la profondeur de passe, prises de la référence [6] sont montrés en (Fig. 2).

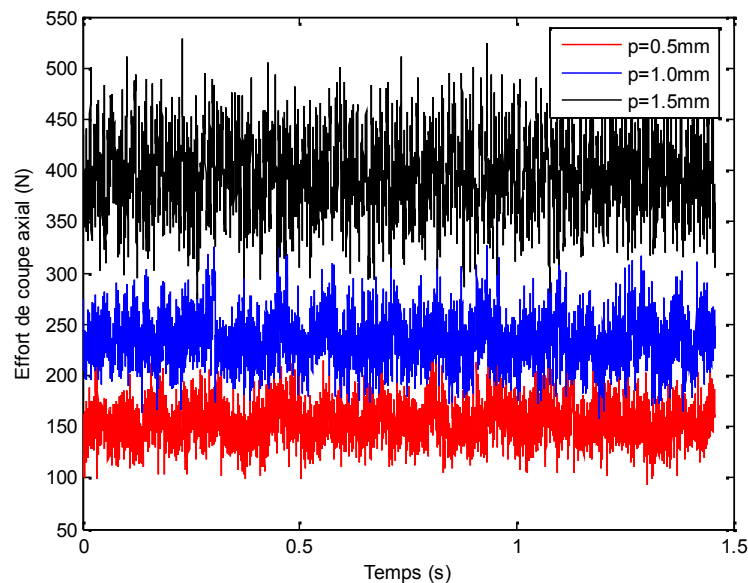


Figure 2. Signal d'un effort axial mesuré par une plate forme Kistler

Il est clair que plus la profondeur de passe augmente, plus l'amplitude des efforts de coupe augmente aussi. Si les efforts sont mesurables, les déplacements sont difficiles à mesurer dans le cas où le disque est en mouvement de rotation même si on utilise des capteurs sans contact. Des perturbations peuvent influencer la mesure par la présence des composantes dynamiques autres que celles de la pièce tournante.

Ce que nous proposons dans ce travail est d'introduire les efforts axiaux mesurés dans le modèle éléments finis et d'en tirer les déplacements vibratoires. La figure 3 montre un test de convergence de la réponse du disque en se servant d'un certain nombre de modes.

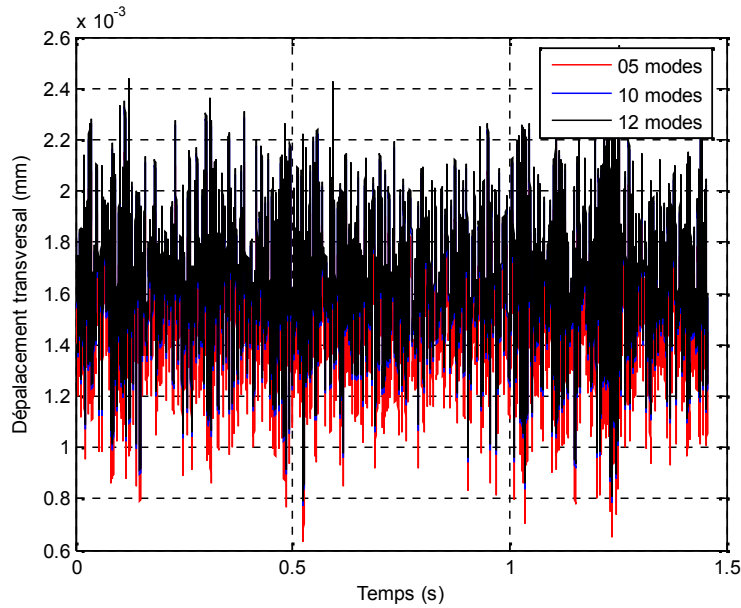


Figure 3. Test de convergence de la réponse du disque

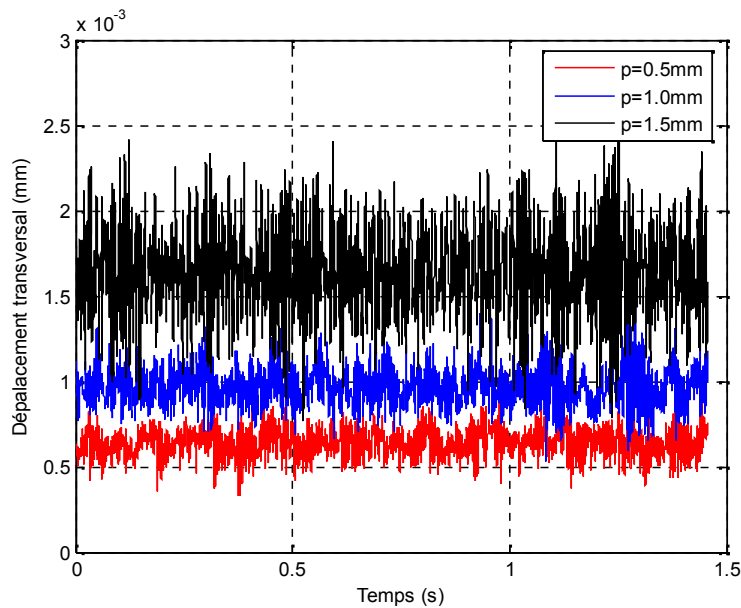


Figure 4. Réponse du disque aux efforts de coupe mesurés

CONCLUSION

Dans cet article, nous avons présenté une étude dynamique d'un disque mince. Les fréquences propres, obtenus par le modèle analytique développé, sont presque identiques à ceux obtenus par la simulation numérique en éléments finis. Certes, la rotation du disque n'a pas été introduite pour simuler le cas réel de tournage mais l'approche semi expérimentale proposée peut certainement conduire aux calculs des déplacements transversaux en se servant des efforts de coupe mesurés. En pratique, la mesure des déplacements en cours de rotation du disque n'est pas aussi facile même en se servant d'un capteur sans contact tel que le Laser en raison des erreurs de mesure et la présence d'autres composantes dynamiques liées à la machine et aux montages. Comme suite à ce travail, l'introduction de la rotation fera l'objet de nos travaux futurs dans le cadre d'une thèse de doctorat.

REFERENCES

1. Carmignani, P. Forte. Experimental simulation of the sharpening process of a disc blade and analysis of its dynamic response. *Journal of Sound and Vibration*. N°297, 2006, pp. 649-663.
2. J. Tlusty. *Manufacturing Process and Equipment*. Prentice Hall, 1999. ISBN-13: 978-0201498653.
3. V. Lelan. Etude de méthodes simplifiées pour la simulation de l'usinage à l'échelle macroscopique. Thèse de doctorat, ENSAM, 2007.
4. A. Bourdim, M. Bourdim, F. Metalsi, A. Sahli. Etude et modélisation d'une opération de coupe dynamique. CIFMA02 – IFCAM02, 14-16 mai 2007.
5. O. Berteaux, P. Viéville. Cinématique de la pointe de l'outil à l'apparition du broutage en tournage oblique. *Revue internationale d'ingénierie des systèmes de production mécanique*. Avril 2003.
6. S. Abainia. Calcul semi expérimental des déplacements du bec d'un outil de tournage par simulation sur I-deas. Mémoire de Magister, Université de Guelma, 2006.
7. H. Lee, R. Singh. Acoustic radiation from out-plane modes of an annular disk using thin and thick plate theories. *Journal of Sound and Vibration*, N°282, 2005, pp. 313-339.
8. M. AbdulHamid. Réponse forcée des ensembles tournants de turbomachine. Application au cas d'une turbine à gaz. Thèse de Doctorat, INSA de LYON, 2002.
9. H. Ding, R. Xu. Exact solutions for free vibrations of transversally isotropic circular plate. *ACTA mechanica solida sinica*, vol.13, 2002.
10. T. H. Young, M. Y. Wu. Dynamic stability of disks with periodically varying spin rates subjected to stationary in-plane edge loads. *Journal of applied mechanics*, vol. 71, 2004.
11. K. N. Koo. Vibration analysis and critical speeds of polar orthotropic annular discs in rotation. *Composite Structures*, vol. 76, 2006, pp. 67-72.
12. J. E. Oh, H. H. Yoo. Non-linear vibration of a flexible spinning disc with angular acceleration. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 231, 2002, pp.375-391.
13. G. Petropoulos, I. Ntziantzias, C. Anghel. A predictive model of cutting force in turning using Taguchi and response surface techniques. 1st International Conference on Experiments/Process/System Modelling/Simulation/Optimization. Athens, 6-9 July, 2005.

14. R.M. Goktan, N. Gunes. A semi-empirical approach to cutting force prediction for point-attack picks. *The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, vol. 10, April 2005, pp 257-264.
15. M. Tash, F. H. Samuel, F. Mucciardi, H. W. Doty and S. Valtierra. Methodology for Data processing: calculation of cutting force, moment and peak-to-valley during drilling processes of Heat-Treated 356 and 319 Aluminum Alloys. Prepared for submission to AFS conference, 2007.