

Modélisation des interfaces fissurées des bi matériaux orthotropes

S. BOUCHEMELLA^{}, H. BOUZERD^{**}, N. KHALDI^{***}*

**Département de Génie Civil. Institut des Sciences de l'Ingénieur. Centre Universitaire de Souk AHRAS*

***Département de Génie civil. Université de Skikda*

****Département de Génie civil. Université de Guelma*

Résumé :

Dans ce travail nous avons étendu l'utilisation de l'élément d'interface mixte RMQ7 conçue pour les bimatériaux isotropes, basé sur la formulation de Reissner et associée à la méthode d'extension virtuelle de la fissure pour la détermination du taux de restitution d'énergie (TRE) des interfaces fissurées des bimatériaux orthotropes. Des résultats numériques du taux de restitution d'énergie (TRE) obtenus à partir des interfaces fissurées de quelques matériaux composites ont été comparés aux résultats trouvés dans la littérature.

Mots clefs : interface, fissure, bimatériau orthotrope, RMQ7, formulation de Reissner, méthode d'extension virtuelle de la fissure

1 Introduction

La progression d'une fissure plane le long d'une interface entre deux matériaux s'effectue au moins suivant l'un des trois modes de rupture ; mode I (d'ouverture), mode II (de cisaillement) et mode III (de déchirure). Pour les matériaux isotropes homogènes un seul mode de rupture est considéré. Pour les bimatériaux isotropes il y a un accouplement de deux modes de rupture (mode I et II) par contre dans le cas des matériaux anisotropes les trois modes sont couplés ce qui crée une complexité dans l'interprétation des contraintes et des déplacements au point de la fissure, ainsi que le facteur d'intensité de contrainte et le taux de restitution d'énergie, ces facteurs permettent d'étudier le phénomène de la progression de la fissure. Cette complexité a imposé l'utilisation des méthodes autre que les méthodes analytiques tel que les méthodes numériques qui présentent un avantage pour l'interprétation de ces facteurs en utilisant les différents types d'élément fini ; élément fini de déplacement – élément hybride et l'élément fini mixte basé sur la formulation de Reissner ; ce dernier a été développé et allégé pour l'étude des interfaces cohérentes ou fissurées (élément fini d'interface) permettant d'avoir une bonne approximation des valeurs des facteurs de la mécanique de la rupture avec un nombre de degrés de liberté réduit.

Dans ce document une description de la mécanique d'interfaces dans les bimatériaux orthotropes est présentée en premier lieu ainsi que l'interprétation explicite de la résolution analytique des facteurs d'intensité de contraintes et du taux de restitution d'énergie donné par QU et Bassani pour le cas d'une déformation plane des bimatériaux anisotropes. Cette résolution est utilisée pour la validation des résultats de la méthode numérique Développée dans ce travail. Cette méthode numérique utilise l'élément fini mixte RMQ7 conçu par Bouzerd [1] pour l'étude des interfaces des matériaux isotropes, cette utilisation a été étendue dans ce travail pour l'étude des interfaces cohérentes ou fissurées pour les bimatériaux orthotropes. A la fin nous allons voir l'efficacité de l'élément utilisé dans l'analyse de ce type de bimatériaux présentant une interface fissurée.

2 Formulation de la mécanique de la rupture pour les matériaux anisotropes

2.1 Champs de contraintes et de déplacements

Considérons une fissure le long d'une interface entre deux matériaux orthotropes de comportement élastique linéaire pour une déformation plane ($\varepsilon_{33}=0$). Les représentations générales des champs de contraintes et de déplacements sont données par Qu et Bassani (1993) [2]

$$\tau(x) = Y \left(x^{i\varepsilon} \right) \frac{K}{\sqrt{2\pi x}} \quad (1)$$

avec:

$Y(x^{i\varepsilon})$ est une fonction matricielle réelle (3*3) représentée par les termes de deux matrices bimatrielles W et D qui sont données explicitement pour les bimatériaux orthotropes par Li et Qu (1990D) :

$$W = (s_1 - s_2) \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } D = \begin{bmatrix} D_{11} & 0 & 0 \\ 0 & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Où:

$$D_{11} = \frac{s_1}{\eta_1} + \frac{s_2}{\eta_2} \quad (3a)$$

$$D_{22} = \frac{s_1 \rho_1}{\eta_1} + \frac{s_2 \rho_2}{\eta_2} \quad (3b)$$

$$D_{33} = \left[C_{44}^{(1)} C_{55}^{(1)} \right]^{\frac{1}{2}} + \left[C_{44}^{(2)} C_{55}^{(2)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3c)$$

Et $s_{(\alpha)}$, $\eta_{(\alpha)}$, $\rho_{(\alpha)}$; ($\alpha=1,2$) sont des constantes positives qui sont reliées avec les constantes élastiques du bimatérai par:

$$s_\alpha = \left[C_{12}^{(\alpha)} + (C_{11}^{(\alpha)} C_{22}^{(\alpha)})^{1/2} \right]^{-1} \quad (4a)$$

$$\eta_\alpha = \left[\frac{C_{66}^{(\alpha)} \left[(C_{11}^{(\alpha)} C_{22}^{(\alpha)})^{1/2} - C_{12}^{(\alpha)} \right]}{C_{22}^{(\alpha)} \left[2C_{66}^{(\alpha)} + C_{12}^{(\alpha)} + (C_{11}^{(\alpha)} C_{22}^{(\alpha)})^{1/2} \right]} \right]^{1/2} \quad (4b)$$

$$\rho_\alpha = \left[C_{11}^{(\alpha)} / C_{22}^{(\alpha)} \right]^{1/2} \quad (4c)$$

Où $C_{ij}^{(\alpha)}$ sont les composantes d'une matrice (6*6) qui représentent les constantes élastiques du matériau ($\alpha=1,2$).

Donc le champ de contrainte sera de la forme :

$$\tau(x) = \left[I - \frac{\sin(\varepsilon \ln x)}{\beta} D^{-1}W + \frac{I - \cos(\varepsilon \ln x)}{\beta^2} (D^{-1}W)^2 \right] \frac{K}{\sqrt{2\pi x}} \quad (5)$$

Où:

$$D^{-1} W = \begin{bmatrix} 0 & -\beta'' & 0 \\ \beta' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\beta' = (s_1 - s_2) / [s_1 \rho_1 / \eta_1 + s_2 \rho_2 / \eta_2] \quad (6a, 6b, 6c)$$

$$\beta'' = (s_1 - s_2) / [s_1 / \eta_1 + s_2 / \eta_2]$$

Le déplacement de l'ouverture de la fissure est donné explicitement par :

$$\Delta u(x_1) = (a^2 - x_1^2)^{1/2} D Y \left[\left(\frac{a - x_1}{a + x_1} \right)^{\beta'} / \cosh \pi \varepsilon \right] t_0 \quad |x_1| < a \quad (7)$$

Où:

$$\varepsilon = (1/2\pi) \ln \left(\frac{1 + \beta'}{1 - \beta'} \right) \quad (8a)$$

$$\beta = \left[-\left(\frac{1}{2} \right) r \left(W D^{-1} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{ou} \quad \beta = \tanh(\pi \varepsilon) \quad (8b)$$

a: est la demi longueur de la fissure le long d'une interface.

2.2 Facteurs d'intensité de contrainte

Les facteurs d'intensité de contrainte de la pointe de fissure sont définis par :

$$K = (K_2, K_1, K_3)^T = \sqrt{2\pi} \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \sqrt{x} Y \left(x^{-i\varepsilon} \right) (\tau(x)) \right\} \quad (9)$$

$$K = \sqrt{\pi a} Y \left((1 + 2i\varepsilon) (2a)^{-i\varepsilon} \right) q_a \quad (10)$$

Où

K_2, K_1, K_3 sont les facteurs d'intensité de contraintes correspondant aux contraintes d'interfaces de la pointe de fissure $\sigma_{22}, \sigma_{21}, \sigma_{23}$.

Pour ce cas étudié (bimatériaux orthotropes) avec une traction uniforme le long des faces de la fissure q_a définie par :

$$q_a = t_0 = (t_{01}, t_{02}, t_{03})^T = (\sigma_{22}, \sigma_{21}, \sigma_{23})^T \quad (11)$$

Les facteurs d'intensité de contraintes sont :

$$K_1 = \sqrt{\pi a} \left[C' t_{02} + (\beta' / \beta) C'' t_{01} \right] \quad (12a)$$

$$K_2 = \sqrt{\pi a} \left[C' t_{01} - (\beta'' / \beta) C'' t_{02} \right] \quad (12b)$$

$$K_3 = \sqrt{\pi a} t_{03} \quad (12c)$$

avec:

$$C' = \cos(\varepsilon \ln 2a) + 2\varepsilon \sin(\varepsilon \ln 2a) \quad (13a)$$

$$C'' = \sin(\varepsilon \ln 2a) - 2\varepsilon \cos(\varepsilon \ln 2a) \quad (13b)$$

2.3 Taux de restitution d'énergie

Le taux de restitution d'énergie correspond à l'énergie libérée par unité d'épaisseur durant la progression de la fissure de $x_1=a$ à $x_1=a+\delta a$ est définie par Qu et Bassani (1993) [2] :

$$G = \frac{1}{2} \lim_{\delta a \rightarrow 0} \int_a^{a+\delta a} \tau^T(x) \Delta u(x - \partial a) dx \quad (14)$$

L'expression de G pour un chargement généralisé q_a donne :

$$G = \frac{\pi a}{4} q_a^T D Y \left[\frac{1 + 4\varepsilon^2}{\cosh \pi \varepsilon} \right] q_a \quad (14a)$$

Le taux de restitution d'énergie est exprimé en termes de facteurs d'intensité de contraintes comme suit :

$$G = \frac{1}{4} \mathbf{K}^T \mathbf{U}^{-1} \mathbf{K} \quad (14b)$$

où $\mathbf{U}^{-1} = \mathbf{D} + \mathbf{W} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{W}$ (15)

3 Méthode des éléments finis mixtes

L'élément fini mixte RMQ7 utilisé dans ce travail a 14 degrés de liberté avec 7 nœuds dont 2 nœuds de contraintes et 5 nœuds de déplacements. Cet élément conçu pour l'étude des interfaces fissurées et cohérentes des bimatériaux isotropes de comportement élastique linéaire à partir de l'élément fini de Reissner [3]. En utilisant la méthode de relocalisation suggérée par Verchery un élément RMQ11 a été construit, cette méthode consiste à déplacer certaines inconnues statiques de l'élément de référence RMQ5 vers l'intérieur ou sur un coté de l'élément. En utilisant la méthode de condensation statique des inconnues internes de l'élément RMQ11, l'élément RMQ7 a été obtenu. Ce dernier permet de donner les champs de déplacement près de la pointe de fissure ainsi que la valeur du taux de restitution d'énergie en utilisant la méthode d'extension virtuelle de la fissure associée à l'hypothèse que la structure ne subit que des petits déplacements. Cette hypothèse permet de n'introduire qu'un seul maillage ce qui représente un gain considérable en temps de calcul de la mise en donnée par rapport aux techniques classiques qui utilisent deux maillages.

L'indépendance des champs des contraintes et des déplacements dans la formulation mixte de Reissner nous permet de choisir des interpolations mixtes différentes pour les deux champs. L'approximation du champ des contraintes est réalisée par des fonctions d'interpolation bilinéaire, tandis que celle du champ des déplacements est réalisée d'une manière semi-quadratique.

3.1 Etude du modèle d'extension virtuelle de la fissure

Parks et Hellen ont proposé une variante de la méthode du taux de restitution d'énergie, dans celle-ci un premier calcul de l'énergie de déformation Π_1 est réalisé dans la configuration initiale de la fissure. La fissure est par la suite déplacée d'une distance infinitésimale δa dans la direction de son axe. L'énergie libérée au cours de cette variation de la longueur de fissure est :

$$\Delta \Pi = \Pi_1 - \Pi_2 \quad (16)$$

Le taux de restitution d'énergie G sera par la suite évalué à partir de la relation (14b).

Le calcul de G par la méthode d'extension virtuelle de fissure nécessite alors deux analyses par éléments finis.

L'utilisation de l'élément RMQ-7, associé aux hypothèses que la structure est constituée de matériaux de comportement élastiques linéaire et qu'elle ne subit que des petits déplacements, permet de n'introduire qu'un seul maillage pour le calcul du taux de restitution d'énergie, ce qui représente un

gain considérable en temps de calcul et en mise en donnée par rapport aux techniques classiques qui utilisent deux maillages. Dans l'élément RMQ-7, le nœud intermédiaire est associé à la pointe de fissure, par conséquent la longueur de la fissure « a » peut être augmentée d'une quantité « δa » en agissant à l'intérieur strict de l'élément de fissure par translation du nœud pointe de fissure sans perturber le reste du maillage. Avec cette hypothèse, les solutions v(a) et v(a+ δa) obtenues dans la structure avec une longueur de fissure « a » et dans la même structure avec une longueur de fissure « a+ δa » sont d'autant plus proches que la perturbation « δa » est petite par rapport aux dimensions de l'élément de fissure. Nous pouvons écrire avec une bonne approximation :

$$v(a) \simeq v(a+ \delta a) \quad (17)$$

si nous considérons que le chargement extérieur ne varie pas au cours de l'accroissement δa, le taux de restitution d'énergie se calcule comme suit :

$$G = - \frac{\Pi(a + \delta a) - \Pi(a)}{\delta a} \quad (18)$$

où :

Π(a+δa) et Π(a) représentent respectivement l'énergie de déformation de la structure fissurée dans les configurations « a+ δa » et « a ». Sous sa forme discrétisée l'énergie de déformation s'écrit :

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{ne} \{v\}_i^t [K]_i \{v\}_i \quad (19)$$

avec :

ne : nombre total d'éléments dans la structure discrétisée.

{v}_i : vecteur colonne contenant les valeurs nodales de l'élément i.

[K]_i : matrice élémentaire de l'élément i.

par substitution de (19) dans (18), l'expression du taux de restitution d'énergie G devient :

$$G = - \frac{1}{2\delta a} \left[\sum_{i=1}^{ne} \{v(a + \delta a)\}_i^t [K(a + \delta a)]_i \{v(a + \delta a)\}_i - \sum_{i=1}^{ne} \{v(a)\}_i^t [K(a)]_i \{v(a)\}_i \right] \quad (20)$$

tenant compte de l'expression (17), l'expression (20) peut être écrite sous la forme suivante :

$$G = - \frac{1}{2\delta a} \{v(a + \delta a)\}_f^t \left[[K(a + \delta a)]_f - [K(a)]_f \right] \{v(a + \delta a)\}_f \quad (21)$$

où :

L'indice f indique que les grandeurs utilisées sont celles de l'élément de fissure.

L'expression (21) montre que seul l'élément de fissure est concerné, et par conséquent il suffit de placer dans le maillage un autre élément équivalent à celui placé sur la fissure, c'est à dire un élément de même géométrie est constituée du même matériau. Le taux de restitution d'énergie se calcule suivant la relation (15) en une seule discrétisation à partir de la différence des matrices élémentaires de l'élément contenant la fissure représentant l'état a+δa et son élément équivalent représentant l'état « a ».

L'expression (21) peut s'écrire comme suit :

$$G = - \frac{1}{2} \{v\}_f^t \frac{[\delta K]_f}{\delta a} \{v\}_f \quad (22)$$

Dans la pratique, la discrétisation de la structure fissurée se fait dans la configuration « a+δa », et nous repérons l'élément contenant la fissure ainsi que son élément équivalent représentant la configuration « a », afin de récupérer leurs matrices élémentaires au cours de l'opération d'assemblage et avant l'application des conditions aux limites. Après la phase résolution, les valeurs nodales de l'élément de fissure sont extraites, et un module spécial se charge d'évaluer le taux de restitution d'énergie selon la formule suivante :

$$G = -\frac{1}{2} \{v\}_f^t \frac{[\Delta K]_f}{\Delta a} \{v\}_f \quad (23)$$

Lors d'évaluation numérique de G, et pour des raisons de souplesse et de simplification d'emploi au niveau informatique, les conditions aux limites de la structure sont introduites implicitement au niveau de la solution et non pas au niveau des matrices élémentaires.

Notre travail était de porter à ce programme initial basé sur l'utilisation de l'élément RMQ7 conçu pour l'étude des bimatériaux isotropes les modifications adéquates et nécessaires pour étendre son utilisation pour le cas des bimatériaux orthotropes. La validation du programme modifié et l'étude de l'efficacité de l'élément RMQ7 dans l'étude des interfaces cohérentes et fissurées des bimatériaux orthotropes a été effectuée en comparant les résultats de ce dernier à ceux de la méthode analytique de Qu et Bassani présentée précédemment et avec des résultats obtenus par des méthodes numériques utilisant d'autres types des éléments finis [4].

Dans ce document nous présenterons un exemple traitant le cas d'une interface fissurée pour des bimatériaux orthotropes identiques (matériaux homogènes) et différents.

4 Exemple numérique

Considérons une fissure d'interface centrée à l'origine des axes d'un solide constitué d'un bimatériau (matériau #1 et matériau #2), soumis à une charge de traction σ_{22}^0 comme il est montré sur la figure (figure1) avec la condition d'une déformation plane.

Ce bimatériau carré a une largeur (w) et une hauteur (h), et présente une fissure d'une longueur (2a).

Vu la symétrie par rapport à l'axe x_2 , seulement une moitié du problème sera modélisée.

Avec :

$$a=1\text{mm} \quad w=20a \quad h=20a \quad \sigma_{22}^0=1\text{MPa}$$

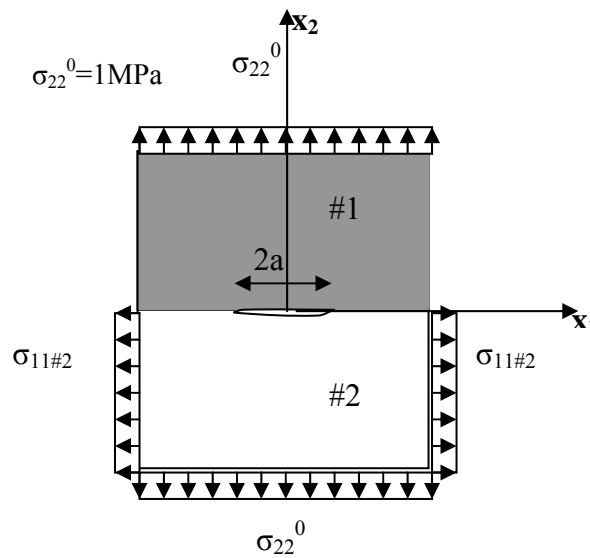


FIG.1- Plaque fissurée

Dans la solution des solides infinis, $\sigma_{11\#2}$ est appliquée sur le deuxième matériau afin de satisfaire la condition de continuité de déformation ϵ_{11} au niveau de l'interface.

Pour la condition de **déformation plane** la contrainte $\sigma_{11\#2}$ est donnée comme suit :

- pour un bimatériau isotrope

$$\sigma_{11\#2} = \left[\frac{\nu_{\#1} + \nu_{\#2}^2}{1 + \nu_{\#2}^2} - \frac{\nu_{\#1} + \nu_{\#1}^2}{1 + \nu_{\#2}^2} \left(\frac{E_{\#2}}{E_{\#1}} \right) \right] \sigma_{22}^0$$

- pour un bimatériau orthotrope

$$\sigma_{11\#2} = \left[\frac{\nu_{12\#2} + \nu_{13\#2}\nu_{32\#2}}{1 + \nu_{13\#2}\nu_{31\#2}} - \frac{\nu_{12\#1} + \nu_{13\#1}\nu_{32\#1}}{1 + \nu_{13\#2}\nu_{31\#2}} \left(\frac{E_{1\#2}}{E_{1\#1}} \right) \right] \sigma_{22}^0$$

Les deux matériaux sont orthotropes (carbone composite :AS4/3501-6) avec l'angle de fibre 0° et 90° et selon la disposition de ces fibres 3 cas seront étudiés

1. le cas n°1 (0/0) : matériau #1 AS4/3501-6 (0°degré)
matériau #2 : AS4/3501-6 (0°degré).
2. le cas n°2 (90/90) : matériau #1 AS4/3501-6 (90°degré)
matériau #2 : AS4/3501-6 (90°degré).
3. le cas n°3 (0/90) : matériau #1 AS4/3501-6 (0°degré)
matériau #2 : AS4/3501-6 (90°degré).

Les constantes élastiques des matériaux sont représentées dans le tableau n°1

Matériau	AS4/3501-6 (0°degré)	AS4/3501-6 (90°degrés)
Constantes élastiques	$E_3=142$ GPA $E_1/E_3=E_2/E_3=6.91 \cdot 10^{-2}$ $G_{12}/E_3=2.68 \cdot 10^{-2}$ $G_{13}/E_3=G_{23}/E_3=4.23 \cdot 10^{-2}$ $\nu_{31}=\nu_{32}=\nu_{12}=0.3$	$E_1=142$ GPA $E_3/E_1=E_2/E_1=6.91 \cdot 10^{-2}$ $G_{12}/E_1=2.68 \cdot 10^{-2}$ $G_{13}/E_1=G_{23}/E_1=4.23 \cdot 10^{-2}$ $\nu_{13}=\nu_{23}=\nu_{12}=0.3$

Tableau.1 - Propriétés des matériaux.

6 Résultats et discussions

Les résultats du taux de restitution d'énergie obtenus par l'élément fini mixte RMQ7 ainsi que la solution exacte obtenu par la méthode analytique de Qu et Bassani et les résultats des trois méthodes numériques définies dans [4] (méthode de l'élément hybride à 8noeuds, méthode de l'intégral M et la technique d'extrapolation utilisant l'élément fini de déplacement ordinaire) sont donnés dans le tableau n°03 . Les trois dernières méthodes donnent les valeurs des facteurs d'intensité de contrainte, et la valeur du taux de restitution d'énergie sera déduite à partir de l'expression :

$$\mathbf{G} = \frac{1}{4} \mathbf{K}^T \mathbf{U}^{-1} \mathbf{K}$$

Materiau	Orthotrope			Materiau	Orthotrope		
	[0/0]	[90/90]	[0/90]		[0/0]	[90/90]	[0/90]
cas	[0/0]	[90/90]	[0/90]	cas	[0/0]	[90/90]	[0/90]
solution exacte	3.17E-4	2.2E-4	2.64E-4	solution exacte	0%	0%	0%
RMQ-7- (207 noeuds)	3.20E-4	2.195E-4	2.79E-4	RMQ-7- (207 noeuds)	0.946%	-0.227%	5.68%
Elément hybride (205 noeuds)	3.257E-4	2.221E-4	2.685E-4	Elément hybride 205 noeuds)	2.78%	0.95%	1.7%
RMQ-7- (237 noeuds)	3.20E-4	2.168E-4	2.74E-4	RMQ-7- (237 noeuds)	0.946%	-1.45%	3.78%
Mutual intagrал (237 noeuds)	3.247E-4	2.221E-4	2.675E-4	Mutual intagrал (237 noeuds)	2.43%	0.95%	1.33%
Extrapolation (237 noeuds)	3.54E-4	2.480E-4	3.021E-4	Extrapolation (237 noeuds)	11.7%	12.7%	14.5%
RMQ-7 (677 noeuds)	3.15E-4	2.15E-4	2.71E-4	RMQ-7 (677 noeuds)	-0.631%	-2.27%	2.65%
Mutual intagrал (679 noeuds)	3.262E-4	2.216E-4	2.679E-4	Mutual intagrал (679 noeuds)	2.90%	0.73 %	1.48%
Extrapolation (679 noeuds)	3.793E-4	2.549E-4	3.094E-4	Extrapolation (679 noeuds)	19.7%	15.9%	17.2%

Tableau n°02 - Valeur du taux de restitution d'énergie de la fissure en MPa le long de l'interface du bimatériau orthotrope

Tableau n°03- Valeur de l'erreur entre les méthodes numériques et la solution exacte pour les bimatériaux orthotropes

En utilisant la résolution analytique comme une solution standard ou exacte, nous avons calculé les erreurs entre les différentes méthodes numériques et cette dernière afin d'avoir une bonne interprétation des résultats. Ces erreurs sont présentées dans le tableau n°3.

Les résultats des calculs obtenus indiqués dans les tableaux n°02 et 03 montrent pour le cas du bimatériau constitué de deux matériaux identiques orthotropes (90/90) sont proches aux résultats de la solution exacte avec une erreur qui varie entre (-0.227%) pour le maillage de 207 nœuds et (-2.27%) pour le maillage de 677 nœuds. Ces erreurs sont comparables à ceux obtenues par la méthode utilisant l'élément hybride, et la méthode de Mutual Integral. Les résultats de la méthode d'extrapolation sont très loin de la solution analytique (solution exacte) dont les erreurs obtenues sont de l'ordre de 12.7% pour un maillage de 237 nœuds et 15.9% pour un maillage de 679 nœuds. On constate aussi pour un calcul utilisant l'élément RMQ7 qu'on peut obtenir de bons résultats avec un faible maillage.

Pour le cas du bimatériau constitué de deux matériaux différents (0/90) l'erreur est un peu élevée, elle varie entre (2.65% à 5.68%) mais elle est très inférieure à celle obtenue par l'élément de déplacement (Méthode d'extrapolation) où l'erreur atteint 17.2%. donc les résultats restent toujours acceptables.

La disposition des fibres des deux matériaux à 0 degré, et l'étude en plan nous a permis d'obtenir pour le 1^{er} cas étudié [0/0], un bimatériau isotrope, les résultats obtenus confirment l'efficacité de l'élément RMQ7 dans le calcul des interfaces fissurées des bimatériaux isotropes. L'erreur obtenue est de l'ordre de (0.946% à 0.630%).

7 Conclusion

L'étude de la plaque fissurée de bimatériau orthotropes a montré la bonne précision des résultats obtenus par l'élément RMQ7 même avec un nombre réduit de degrés de liberté, cette précision augmente avec l'augmentation de nombre de degrés de liberté.

Donc la comparaison des résultats obtenus par l'élément RMQ-7 avec les résultats des autres méthodes montre la bonne performance de cet élément dans le calcul des interfaces fissurées entre deux matériaux isotropes ou orthotropes.

En conclusion nous pouvons dire que l'élément RMQ-7 et la méthode d'extension virtuelle de la fissure permet de prévoir la propagation de la fissure dans le cas de la rupture fragile en une seule analyse et avec un faible degré de liberté.

Références

- [1]. H. BOUZERD « élément fini mixte pour interface cohérente ou fissurée » thèse pour l'obtention du diplôme de doctorat, octobre 1992.
- [2]. J. QU, J.L BASSANI «interfacial fracture mechanics for anisotropic bimaterials» Journal of applied mechanics, 424/vol 60, June 1993.
- [3]. REISSNER « on a variational theorem of elasticity », journal of mathematics and physics, vol29, pp90-95, 1950.
- [4]. W.T CHOW, H.G BEOM, S.N.ALTURI «calculation of stress intensity factors for an interfacial crack between dissimilar anisotropic media, using an hybrid element method and the mutual integral», 2 May 1994.
- [5]. D.R.G. OWEN, A.J FAWKES « engineering fracture mechanics, numerical methods and applications ». 1983 Pineridge press. Ltd Swansea U.K
- [6]. ROSE MARIE COURTADE « méthodes variationnelles mixtes en élastostatique, application à des structures composites plaques multicouches et composites plans collés », thèse pour obtenir le grade de docteur d'état et sciences, 25 mai 1983.
- [7]. R.M COURTADE, H. BOUZERD « plasticité autour d'un trou circulaire, analyse théorique et numérique », 10^{ème} congrès français de mécanique, pp197-200, 2-6 sept 1991.
- [8]. S. AVAIZ-ZADEH. MOKARI « éléments finis d'interface, application aux assemblages collés et structures stratifiées » thèse pour l'obtention du grade docteur ingénieur, 26 Novembre 1984.
- [9]. HABIB « éléments finis axisymétrique pour l'analyse des structures stratifiées et des assemblages collés » thèse de doctorat de l'université Claude Bernard (Lyon I), 1989.
- [10]. S. BAJBOUJ « éléments finis d'interface pour l'analyse des structures hétérogènes », thèse de doctorat de l'Université de Claude Bernard (Lyon I), 18 décembre 1990.
- [11]. RONALD D. KRIZ « microstructure lectures », Virginia Technology materials science and engineering, 1997
- [12]. C. HUET « rupture fragile des matériaux ». Séminaire organisé avec le laboratoire des solides de l'école de polytechnique par le collège international des sciences de la construction, Saint-Rémy-les Chevreuse (France), juin 1982
- [13]. J.W. HUTCHINSON « mixed mode fracture mechanics of interfaces », Harvard report, Harvard university, février 1989.
- [14]. P.A. Lagace, B.W. Douglas and J.C Brewer « superposition of delamination via an interply adhesive layer », composite 86, Recent advances in japan and united states, pp 323-330, 1986.
- [15]. J. QU, J.L BASSANI «interfacial fracture mechanics for anisotropic bimaterials» Journal of applied mechanics, 424/vol 60, June 1993.

- [16]. W.T CHOW, HG BEOM, S.N.ALTURI «calculation of stress intensity factors for an interfacial crack between dissimilar anisotropic media, using an hybrid element method and the mutual integral», 2 May 1994.
- [17]. ZIDANI « programme pour le calcul des structures hétérogènes pour éléments finis mixtes », thèse de doctorat d'Université Claude Bernard (Lyon I), 19 juin 1990.
- [18]. HUAJIAN GAO « a closed interface cracks in anisotropic bimaterial»
»international journal of fracture 55. R33-R39, 1992.
- [19]. D.NATROSHVILI « mixed interface problems for anisotropic elastics bodies».
Georgian mathematical journal, volume 02, n°06, 1993.
- [20]. J.L BATOZ, G.DHATT « modélisation des structures par élément finis »
volume 01, volume 02.1990
- [21]. D.NATROSHVILI « mixed interface problems for anisotropic elastics bodies».
Georgian mathematical journal, volume 02, n°06, 1993.
- [22]. K.BENDANI, H.MISSOUM « méthode numérique de calcul des structures »,
office des publications universitaires.1993
- [23]. Y.YAMADA, H OKUMARA « finite element analysis of stress and strain singularity eigenstate in inhomogeneous media or composite material » , chapitre17 ,
hybrid and mixed finite element methods.