
Réponse dynamique d'une fondation encastrée soumise à des ondes sismiques obliques

S Messiouid *, B Sbartai **, D Dias *, U.S. Okoyay******

* *Université de Jijel, BP 98 Ouled Aissa, 18000 Jijel, Algerie.*

smessioud@yahoo.fr

** *Université de Skikda, Route El-Hadeik BP26,21000 Skikda, Algerie*

*** *Université Joseph-Fourier LHTE Grenoble, France;*

**** *Entprise PINTO Fougères, France*

RÉSUMÉ : Cette étude analyse l'influence de l'interaction sol-structure sur la réponse sismique tridimensionnelle d'une fondation de forme quelconque, encastrée dans un sol homogène viscoélastique limité par un substratum. Les vibrations proviennent seulement d'ondes sismiques harmoniques incidentes SV et SH. L'étape clef étant la caractérisation de l'interaction sol-fondation à travers la matrice impédance, les forces appliquées aux déplacements résultants d'une part et la matrice de mouvements reliant le vecteur déplacement de la fondation au vecteur des amplitudes de mouvement de champ libre d'une autre part. L'approche mathématique est basée sur la méthode des équations intégrales dans le domaine fréquentiel en utilisant le formalisme des fonctions de Green de (Kausel et Peeck 1982).

ABSTRACT: This study analyzes the influence of soil-structure interaction on seismic response of three-dimensional rigid foundation embedded in a homogeneous visco-elastic soil limited by a bedrock. The vibrations come only from harmonic seismic waves P, SV, SH and R. The key step is the characterization of soil-foundation interaction through the impedance matrix, the forces applied to the resulting displacement of one part and the matrix of movements connecting the displacement vector of the foundation to amplitudes vector field of free movement of another part. The mathematical approach is based on the method of integral equations in the frequency domain using the formalism of Green functions of (Kausel Peeck and 1982).

MOTS-CLÉS : Propagation des Ondes, BEM, TLM, Interaction Sol-Structure

KEYWORDS : Wave Propagation, BEM, TLM, Soil-Structure Interaction

1. Introduction

Plusieurs méthodes ont été proposées pour résoudre le problème d'interaction sol-structure. Pour simplifier le problème, des méthodes d'analyse linéaire ont été développées. L'une des méthodes la plus couramment utilisée est la méthode de sous-structuration permettant de décomposer le problème en deux parties (Kausel et al, 1978), (Aubry et al, 1992) et (Pecker, 1984). Cette approche permettant d'étudier la réponse dynamique des éléments superstructure et la fondation (sous structure) séparément. L'analyse d'un système de fondations peut ainsi être réduite à l'étude de la rigidité dynamique à l'interface sol-fondation (généralement connue sous le nom de fonction d'impédance) et des forces de mouvement due aux ondes incidentes. L'interaction cinématique de la fondation sous ondes incidentes est mise en œuvre sous la forme d'une matrice de mouvement.

Plusieurs études ont été effectuées sur la réponse dynamique d'une fondation en utilisant la méthode des Eléments Finis et la Méthode des Eléments de Frontières. (Wong et Luco, 1978) ont montré l'importance de l'effet de la non verticalité des ondes harmoniques SV, SH sur la réponse d'une fondation. En utilisant l'approche d'équation intégrale basée sur les fonctions de Green. La méthode des éléments finis a été appliquée par (Kausel et al, 1978) et (Kausel et Roesset, 1981) en déterminant le comportement des fondations rigides placées ou encastrees dans un sol stratifié limité par un substratum rigide. Dans cette approche le déplacement du champ est formulé en tant qu'équations intégrales en termes de fonctions de Green (Qian et Beskos, 1996), (Karabalis et Mohammadi, 1991) et (Sbartai et Boumekik, 2008). (Celebi et al, 2006) ont utilisé la méthode des éléments de frontières avec une formulation intégrale (BIEM) pour calculer les impédances dynamiques des fondations. Récemment, (McKay, 2009) a utilisé le théorème de réciprocité basé sur la méthode (BIEM) dans l'analyse de l'influence de l'interaction sol-structure sur la réponse sismique des fondations.

Dans ce travail, la solution est formulée par la méthode des Eléments de Frontière dans le domaine fréquentiel avec des éléments constants quadrilatéraux et la méthode des couches minces est proposée pour l'analyse de l'influence de l'interaction sol-structure sur la réponse sismique des fondations. Les résultats sont présentés sous forme des déplacements, des rotations et des torsions en fonction de la fréquence adimensionnelle, l'angle d'incidence vertical et horizontal et l'encastrement de la fondation.

2. Réponse d'une fondation à des ondes d'origine sismique

La fondation considérée est supposée être rigide, de forme carrée et placée à la surface d'un sol homogène ou hétérogène limité par un substratum rigide Figure 1. Le sol de hauteur H_s , est supposé être linéaire viscoélastique caractérisé par sa masse volumique ρ , son module de cisaillement μ , son coefficient d'amortissement β et son coefficient de poisson ν . La fondation est soumise à des ondes sismiques obliques harmoniques incidentes variant en fonction du temps P, SV, SH et R.

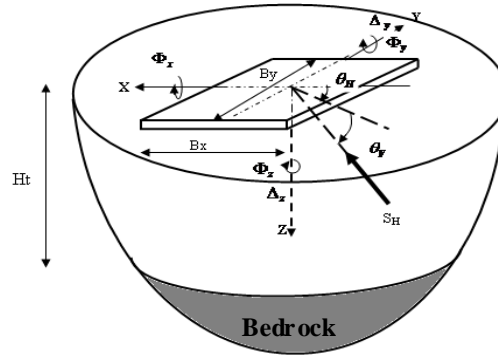


Figure 1. Géométrie d'une fondation soumise à des ondes sismiques harmoniques

La matrice déplacement total du sol est obtenue par application successive des charges unités réparties sur les éléments constituant le massif du sol discrétisé. Les déplacements dans le sol s'expriment alors par.

$$\{u\} = [G] \{t\} \quad [1]$$

Les vecteurs $\{u\}$ et $\{t\}$ sont les valeurs nodales des amplitudes des déplacements et de tractions respectivement à l'interface sol-fondation. $[G]$ est la matrice de flexibilité du sol.

2.1 Détermination des fonctions de Green par la méthode des couches minces (TLM)

Le principe de la détermination de la matrice de flexibilité est représenté par la Figure 2. Le massif du sol est discrétisé horizontalement et verticalement. La discrétisation verticale du massif consiste à subdiviser une couche quelconque en un certain nombre de sous-couches de hauteur h_j qui ont les mêmes caractéristiques physiques. Celle-ci est supposée horizontale, viscoélastique et isotrope. Cette discrétisation n'englobe pas le substratum situé à la profondeur H_t qui est considéré infiniment rigide. A l'intérieur d'une sous-couche donnée, le déplacement est supposé être une fonction linéaire des déplacements aux interfaces supérieures et inférieures.

La discrétisation horizontale consiste à subdiviser toute interface horizontale du massif du sol en éléments carrés de sections S_k . Ces éléments de frontières constants où le déplacement moyen est remplacé par le déplacement centre et la répartition des contraintes est supposée uniforme Figure 2. Si des charges réparties unités (suivant la direction x, y, z) sont appliquées au disque j (les éléments carrés sont remplacés

par des disques), les fonctions de Green au centre de l'élément i peuvent être déterminés comme le suivant :

Le massif de sol occupé par la fondation est un milieu stratifié reposant sur un substratum indéformable, l'interface des sous couches est supposée horizontale définies par $z = z_1, z_2, \dots, z_n$ et la sous-couche j définie par $z_n < z < z_{n+1}$, comme le montre la Figure 3. Chaque sous-couche (n) d'une épaisseur h_n est supposée viscoélastique.

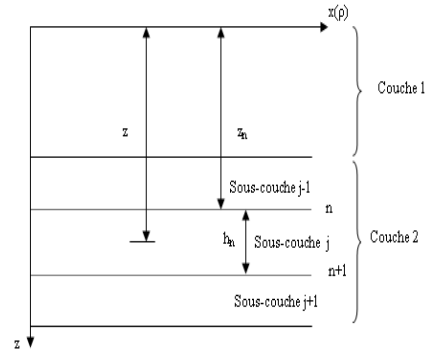
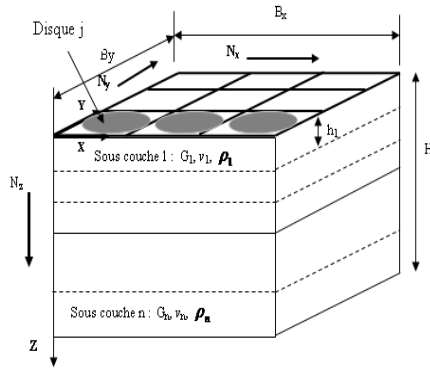


Figure 2. *Modèle de calcul des fonctions de Green*

Figure 3. *Géométries des couches de sol (B)*

Selon la théorie des couches minces de Lysmer et Waas (1972), les déplacements dans chaque sous-couche varient de façon linéaire d'un plan à un autre et restent continus dans la direction considérée (x, y, z). Ainsi, les déplacements dans chaque sous-couche sont obtenus par interpolation linéaire des déplacements nodaux à l'interface de la sous-couche (n). Les fonctions de Green dans le domaine des fréquences sont obtenues après inversion spectrale de la matrice de rigidité de chaque sous couche (Kausel et Peek 1982) par la forme compacte:

$$G_{ij}^{mn} = \sum_{l=1}^{2N} \frac{a_{\alpha\beta} \cdot \phi_l^{m1} \cdot \phi_j^{n1}}{k^2 - k_l^2} \quad [2]$$

avec :

ϕ^{m1}, ϕ^{n1} sont les valeurs propres et les vecteurs propres, qui sont en fonction de l'élévation m (z_l) où les déplacements sont calculés et de l'élévation n (z_l) où les charges sont appliqués.

$$a_{\alpha\beta} = 1 \text{ si } \alpha = \beta \text{ et } a_{\alpha\beta} = \frac{k}{k_i} \text{ si } \alpha \neq \beta \text{ i, j = x, y, z}$$

k, k_i : nombre d'ondes

m : représente l'interface où les fonctions de green sont calculées.

n : représente l'interface où la charge est appliquée.

2.2 Modèle mathématique de calcul

Lorsque la fondation est en place, elle impose aux différents éléments du sol des déplacements compatibles avec des mouvements de corps rigide. Le sol et la fondation sont reliés par la condition de compatibilité suivante :

$$\{u\} = [R] \{\Delta\} \quad [3]$$

Avec : $[R]$ est la matrice de transformation, $\{u\}$ déplacements de sol à l'interface sol-fondation et $\{\Delta\} = \{\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z, \Phi_x, \Phi_y, \Phi_z\}$ est le vecteur de déplacement; $\Delta_i (i=x, y, z)$ représente les translations et $\Phi_i (i=x, y, z)$ les rotations de fondation.

Si on note $\{P\}$ le vecteur charge appliqué à la fondation, l'équilibre entre ce dernier et les forces (les valeurs des amplitudes de tractions $\{t\}$) réparties sur les éléments discrétisant le volume de la fondation s'exprime par la relation suivante :

$$\{P\} = [R]^t \{t\} \quad [4]$$

La relation qui lie les forces extérieures appliquées et les déplacements résultants à l'interface sol-fondation est donnée comme le suivant :

$$\{P\} = \left([R]^t [G]^{-1} [R] \right) \{\Delta\} = [K(\omega)] \{\Delta\} \quad [5]$$

Avec, ω est la fréquence circulaire de vibration et $[K(\omega)]$ la matrice des fonctions d'impédance.

Considérons les ondes planes harmoniques SH et SV d'incidence verticale et horizontales θ_v et θ_H . Le mouvement de champ libre du demi-espace dû à des ondes sismiques peut être exprimé à la surface du sol ($z = 0$) par la relation suivante :

$$\{u^f\} = \{U^f\} e^{-i\omega(x.\cos\theta_H + y.\sin\theta_H)/c} \quad [6]$$

$\{U^f\} = \{U_x^f, U_y^f, U_z^f\}^t$ est le vecteur des amplitudes de mouvement de champ libre, c est la vitesse apparente des ondes incidente et c_2 est la vitesse des ondes de cisaillement $S \quad c = \frac{c_2}{\cos\theta_v}$.

La présence d'une fondation en surface d'un demi-espace résulte en une diffraction du champ de déplacement total $\{u\}$, qui peut être exprimée par la relation suivante :

$$\{u\} = \{u^f\} + \{u^s\} \quad [7]$$

En combinant les équations (3), (4), (5) et (7), on obtient la relation suivante :

$$\{P\} = [K] \{\Delta\} - [K^*] \{U^f\} \quad [8]$$

Avec $[K^*] = [R]^t [G]^{-1} e^{[-i\omega(x.\cos\theta_H + y.\sin\theta_H)/c]}$ est la matrice des forces de mouvement. Les déplacements résultants au centre de la fondation sont donnés à partir l'équation (8) par la relation suivante :

$$\{\Delta\} = [C] \{P\} + [S^*] \{U^f\} \quad [9]$$

Où,

$[S^*]$ est la matrice de mouvement et $[C] = [K]^{-1}$ est la matrice de compliance dynamique.

Lorsque la fondation est seulement sollicitée par des ondes sismiques, les forces extérieures sont nulles ($P=0$), la réponse sismique de la fondation est obtenue à partir de l'équation 9 par l'expression suivante :

$$\{\Delta\} = [S^*] \{U^f\} \quad [10]$$

3. Résultats et discussion

Considérons une fondation carrée de dimension $B_x=2a$ encastree dans un sol homogène viscoélastique à une profondeur (d) et soumise aux ondes S_v et S_H (Figure 4). Dans cette section on a étudié l'influence de l'encastrement relatif ($t = d/a = 0, 0.3, 0.6$) sur la réponse sismique de la fondation. Le sol est caractérisé par sa hauteur du substratum $H_t=10m$, son coefficient de poisson est de $\nu=1/3$ et le

coefficient d'amortissement par hystérésis est $\beta = 0.05$ son module de cisaillement $\mu = 1$ et sa masse volumique $\rho = 1$.

Pour simplifier la présentation de cet article, on se limitera qu'à une seule direction de propagation des ondes SH et SV avec l'angle d'incidence vertical $\theta_v = 45^\circ$. Les résultats sont présentés en termes de déplacements, de rotations et de torsion de la fondation calculés par l'équation 10 en fonction de la fréquence

adimensionnelle $a_o = \frac{\omega a}{c_s}$. c_s est la vitesse de l'onde de cisaillement.

Les figures 5-8 représentent les termes de déplacement, rotation et de torsion provoquées par les ondes planes harmoniques SH et SV. Ces courbes sont données pour différentes valeurs d'encastrement relatif.

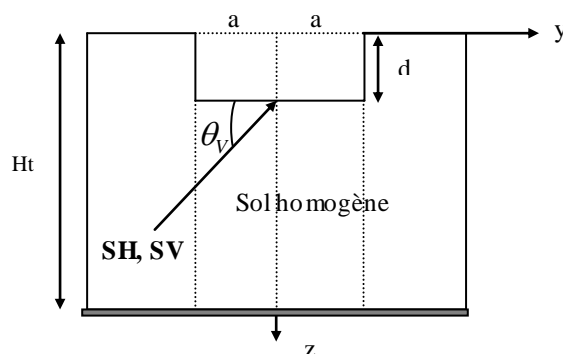


Figure 4. Géométrie d'une fondation encastrée soumise à des ondes obliques harmoniques.

3.1. Onde de cisaillement (SV)

La fondation est soumise à une onde de cisaillement (Sv) qui se propage suivant l'axe des x alors que le mouvement des particules du sol est suivant l'axe x et z. Etant donné que l'angle d'incidence vertical $\theta_v = 45^\circ$, l'amplitude du mouvement en champ libre de l'onde SV selon la direction de propagation est nulle.

Les figures 5 à 6 présentent la variation de déplacement et de la rotation en fonction de la fréquence et montrent l'influence de l'encastrement sur le mouvement de la fondation.

La figure 5 montre que le déplacement Δ_x qui était nul pour une fondation en surface ($t=0$), devient non nul pour des encastrements relativement profonds ($t = 0.3$ et 0.6) avec une partie imaginaire fortement affectée ce qui montre que la fondation ne suit plus le déplacement du champ libre. De plus, on distingue que le déplacement horizontal Δ_x est plus affecté par la présence de l'encastrement que la rotation ϕ , surtout pour les basses fréquences figure 6. La présence de l'encastrement a provoqué à la partie réelle de rotation un changement de signe à partir de la

fréquence $a_0=3$. La partie réelle de la rotation devient positive, ceci n'est pas le cas pour la fondation en surface ($t=0$), la partie réelle reste négative.

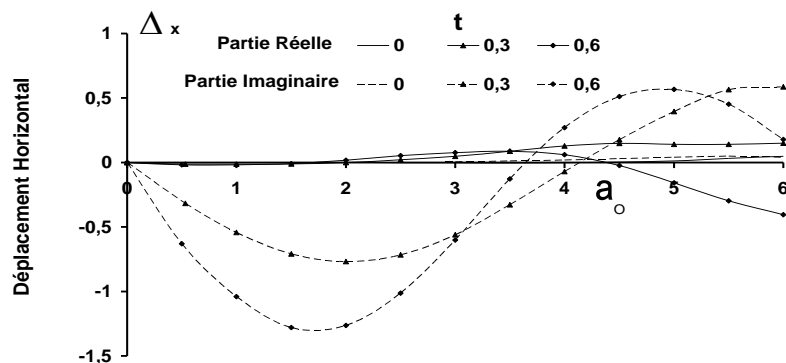


Figure 5. Déplacement Δ_x (l'angle d'incidence vertical $\theta_v=45^\circ$, l'angle d'incidence horizontal $\theta_H=0^\circ$)

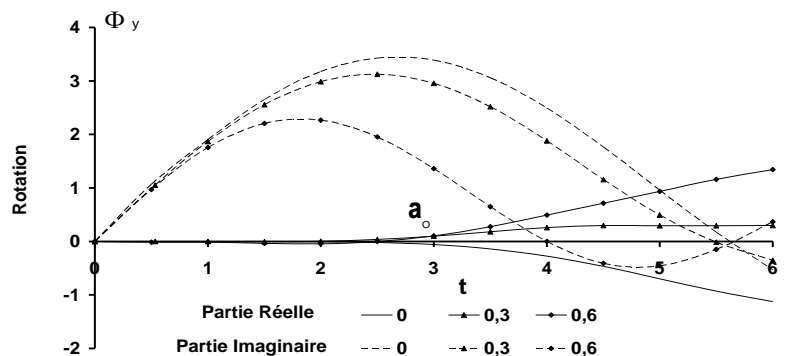


Figure 6. Rotation ϕ_y (l'angle d'incidence vertical $\theta_v=45^\circ$, l'angle d'incidence horizontal $\theta_H=0^\circ$)

3.2. Onde de cisaillement SH

L'onde SH se propage dans la direction y, le déplacement des particules du sol est suivant l'axe des x. L'onde de cisaillement provoque de déplacement et de torsion. Les figures 7 et 8 présentent l'influence de l'encastrement sur le déplacement et la torsion. Les figures 7 et 8 montrent que le déplacement et la torsion sont fortement affectés par l'encastrement.

Pour des fréquences adimensionnelles inférieures à 3, le déplacement horizontal Δ_x n'a pas été affecté par l'augmentation de l'encastrement relatif. Ceci n'est pas le

cas pour la torsion ϕ qui était fortement affecté par l'augmentation de l'encastrement. Par contre, pour des fréquences supérieures à 3, la présence d'un encastrement profond a provoqué un changement de signe de Δ_x et ϕ .

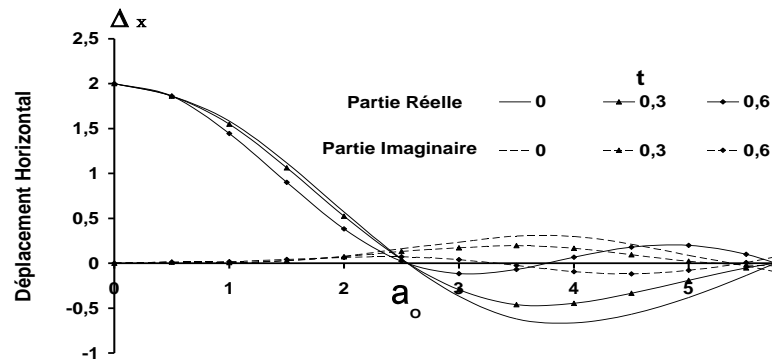


Figure 7. Déplacement Δ_x (l'angle d'incidence vertical $\theta_v=45^\circ$, l'angle d'incidence horizontal $\theta_H=90^\circ$)

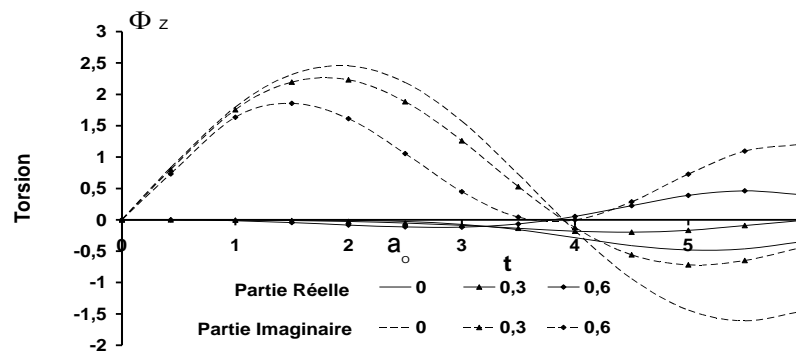


Figure 8. Torsion ϕ (l'angle d'incidence vertical $\theta_v=45^\circ$, l'angle d'incidence horizontal $\theta_H=90^\circ$)

4. Conclusion :

L'interaction sismique d'une fondation carrée rigide placée à la surface d'un sol viscoélastique homogène soumise à différents types d'ondes planes harmoniques obliques, a été mise en œuvre. La solution est formulée par la méthode des Eléments Frontières dans le domaine fréquentiel en utilisant le formalisme des fonctions de Green. Des éléments constants quadrilatères ont été utilisés pour étudier la réponse sismique d'une fondation. La présente étude a permis d'apporter un éclairage concernant le phénomène complexe de l'interaction cinématique. Elle peut être utilisée pour une phase de conception préliminaire et étendue pour la prise en compte de l'interaction inertielle.

Cette étude montre la grande importance de l'encastrement de la fondation. Les résultats obtenus indiquent que l'encastrement de la fondation affecte les déplacements, les rotations et la torsion de façon plus spécifique et agit comme facteur favorable dans la réponse sismique des fondations. Le mouvement de la fondation est fortement affecté par l'effet d'encastrements, surtout pour les basses fréquences.

5. Bibliographie

- (AUB 92) Aubry D., Clouteau D., «A subdomain approach to dynamic soil-structure interaction », *Earthquake engineering and Structural Dynamics*, pp.251-272. Ouest editions/AFPS, Nantes 1992
- (CEL 06) Celebi E., Firat S., Cankaya I., « The evaluation of impedance functions in the analysis of foundations vibrations using boundary element method », *Applied Mathematics and Computation* 173 (2006) 636–667
- (KAR 91) Karabalis D.L and Mohammadi M., « 3-D dynamic foundation-soil-foundation interaction on layered Soil », *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* ; 17: 139-152. (1991).
- (KAU 82) Kausel E., Peek R., « Dynamic loads in the interior of layered stratum: an explicit solution », *Bull. Seismol. Soc. Am* (1982), Vol.72, No.5, pp. 1459-1481.
- (KAU 81) Kausel, E., Roesset, J. M., « Stiffness matrix for layered soils », *Bull. Seismol. Soc. Am* (1981), Vol. 72, pp.1459–1481.
- (KAU 78) Kausel E., Whitman R.V., Morray J.P., and Elsabee, F., «The Spring Method for Embedded Foundations» *Nuclear Engineering and Design* (1978), 48, 377-392
- (LYS 72) Lysmer, J. and Waas, G., 1972. "Shear waves in plane infinite structures", *J.Engn.Mech.Div., ASCE*, Vol.98.
- (MCK 09) McKay K., « Three applications of the reciprocal theorem in soil-structure interaction », PHD. Thesis, University of Southern California, 2009
- (PEC 84) Pecker A., *Dynamique des sols*, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées . (1984)
- (QIA 96) Qian J, Beskos DE (1996) Harmonic wave response of two 3-D rigid surface foundations. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 15: 95–110.
- (SBA 08) Sbartai B., Boumekik A., « Ground vibration from rigid foundation by BEM-TLM », *ISET Journal of Technology* (2008), N°45(3-4), 67-78.
- (WON 78) Wong, H. L. & Luco, J. E. « Dynamic response of rectangular foundations to obliquely incident seismic waves », *Earthq. Engng Struct. Dyn.*, (1978), 6, 3-16.