

# Écoulement des particules surfaciques des lits granulaires dans les cylindres rotatifs : une approche originale

Y. DEMAGH, Y. KABAR, F. BERRAHIL, L. BORDJA

Université de Jijel, Faculté des sciences et de la technologie, Département de génie mécanique, Algérie  
98, Ouled Aissa, Jijel, 18000

## Résumé :

La simulation des écoulements gaz-solide est actuellement un enjeu scientifique, industriel et économique, important. L'objectif principal de ce travail est d'améliorer la compréhension, via des simulations, des écoulements de matière dans les cylindres rotatifs et de proposer une contribution à la caractérisation de leurs hydrodynamiques. Le modèle mathématique est basé sur une approche eulérienne (continue) de la phase particulaire couplée avec la théorie cinétique des écoulements granulaires et qui prend en compte les forces de frottement entre particules. Les simulations réalisées avec le code de calcul FLUENT ont permis de mettre en évidence un événement nouveau et important: les particules à la surface libre du lit de matière, ne roulent ni ne glissent pour se déplacer, elles sautillent.

## Abstract :

The simulation of the gas-solid flows is currently an important scientific, industrial and economic challenge. The main objective of this work is to improve comprehension, via simulations, of material flows in rotating cylinders and to propose a contribution to the characterization of their hydrodynamic. The model is mainly based on the Eulerian approach (continuum) of solid particles extended with the kinetic theory of granular flow and taking into account the solid frictional forces. Simulations achieved with the CFD code FLUENT allowed highlighting a new and important event: particles at the upper bed surface do not roll or slide to move; they jump.

**Mots clés :** approche eulérienne-eulérienne, théorie cinétique, tambours rotatifs, mouvement des particules surfaciques.

## 1 Modélisation mathématique

Un thème récurrent dans toute étude sur les milieux multiphasiques est la nécessité de modéliser afin de prédire le comportement détaillé des écoulements et des phénomènes qui se manifestent. Visant à compenser le manque d'informations et afin compléter de ce fait les études théoriques et analytiques, une étude numérique est entreprise pour approfondir l'état de connaissance sur le comportement des lits granulaire dans les cylindres rotatifs.

Une approche à deux fluides (eulérienne - eulérienne) est adopté. La phase dispersée est traitée comme une seconde phase continue, entremêlée et interagissant avec la phase primaire.

Le système d'équations est le suivant [1]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i \rho_i) + \nabla \cdot (\alpha_i \rho_i v_i) = 0 \quad ; \quad i = (g) \text{ gaz}, (s) \text{ solide} \quad (1)$$

$$\alpha_g + \alpha_s = 1 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g v_g) + \nabla \cdot (\alpha_g \rho_g v_g v_g) = -\alpha_g \nabla p + \nabla \cdot (\alpha_g \tau_g) + \alpha_g \rho_g g - \beta(v_g - v_s) \quad (3)$$

$$\tau_g = \xi_g (\nabla \cdot v_g) I + \mu_g \left[ \nabla v_g + (\nabla v_g)^T \right] - \frac{2}{3} \mu_g (\nabla \cdot v_g) I \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s v_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s v_s v_s) = -\alpha_s \nabla p + \nabla \cdot T_s + \alpha_s \rho_s g - \beta(v_s - v_g) \quad (5)$$

$$T_s = (-p_s + \xi_s (\nabla \cdot v_s)) I + \mu_s \left[ (\nabla v_s + (\nabla v_s)^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v_s) I \right] \quad (6)$$

Où  $\alpha$  est la fraction molaire,  $\rho$  la masse volumique,  $v$  le vecteur vitesse,  $\tau_g$  et  $T_s$  tenseurs de contraintes, respectivement, de la phase gazeuse et la phase solide,  $\xi$  et  $\mu$  sont les viscosités.

Du concept de continuité, la phase primaire (l'air) et continuellement en contact avec les particules solides, il en découle un échange de quantité de mouvement caractérisé par les derniers termes dans les équations (3) et (5). Où  $\beta$  représente le coefficient de la force de traînée qui prend la forme [1] :

$$\alpha_s > 0.8 ; \beta = \frac{3}{4} C_d \frac{\alpha_s \rho_g |v_g - v_s|}{d_p} \alpha_g^{-2.65} \quad (7)$$

$$\begin{cases} C_d = \frac{24}{\text{Re}_p} (1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687}); & (1 - e_s) \text{Re}_p < 1000 \\ C_d = 0.44; & (1 - e_s) \text{Re}_p \geq 1000 \\ \text{Re}_p = \frac{\rho_s d_p |v_g - v_s|}{\mu_g} \end{cases} \quad (8)$$

$$\alpha_s \leq 0.8 ; \beta = 150 \frac{\alpha_s^2 \mu_g}{\alpha_g^2 d_p^2} + 1.75 \frac{\alpha_s \rho_g |v_g - v_s|}{d_p \alpha_s} \quad (9)$$

## 1.1 Théorie cinétique des écoulements granulaires

Cette théorie est originalement une extension de la théorie cinétique des gaz. En supposant qu'un groupe de particules solides réagissent de la même manière qu'un groupe de molécules à l'échelle microscopique, cette théorie permet de prendre en considération le phénomène de dissipation d'énergie, induit par les collisions inter-particules, à travers le coefficient de restitution  $e_p$ . Il en découle dans ce cas une nouvelle variable, la température granulaire  $\theta$ , qui fournit une mesure de l'énergie cinétique de fluctuation de la phase solide [1,2], on aura donc:

$$\frac{3}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_s \rho_s \theta) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \theta) v_s \right] = \nabla T_{T-K} : \nabla v_s + \nabla \cdot (k_s \nabla \theta) - \gamma_s + \phi_s + D_{gs} \quad (10)$$

$$T_{T-K} = (-p_{T-K} + \xi_s (\nabla \cdot v_s)) I + \mu_{T-K} \left[ (\nabla v_s + (\nabla v_s)^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v_s) I \right] \quad (11)$$

$$\mu_{T-K} = \frac{4}{5} \alpha_s^2 \rho_s d_p g_0 (1 + e_p) \sqrt{\frac{\theta}{\pi}} + \frac{10 \rho_s d_p \sqrt{\pi \theta}}{96 (1 + e_p) \alpha_s g_0} \left( 1 + \frac{4}{5} g_0 \alpha_s (1 + e_p) \right)^2 \quad (12)$$

$$p_{T-K} = \alpha_s \rho_s \theta [1 + 2 g_0 \alpha_s (1 + e_p)] \quad (13)$$

$$\gamma_s = 3 \alpha_s^2 \rho_s g_0 (1 - e_p^2) \theta \left( \frac{4}{d_p} \sqrt{\frac{\theta}{\pi}} - \nabla \cdot v_s \right) \quad \text{Dissipation d'énergie due aux collisions} \quad (14)$$

$$g_0 = \left[ 1 - \left( \frac{\alpha_s}{\alpha_{s,\max}} \right)^{1/3} \right]^{-1} \quad \text{Fonction de distribution radiale} \quad (15)$$

$$D_{gs} = \frac{d_p \rho_s}{4 \sqrt{\pi \theta}} \left( \frac{18 \mu_g}{d_p^2 \rho_s} \right)^2 |v_g - v_s|^2 \quad \text{Transfert des fluctuations entre phases} \quad (16)$$

$$\phi_{gs} = -3\beta\theta \quad \text{Dissipation direct de l'énergie cinétique des fluctuations} \quad (17)$$

$T_{T-K}$ ,  $\mu_{T-K}$  et  $p_{T-K}$  sont respectivement, le tenseur des contraintes solide, la viscosité solide et la pression solides.  $k_s$  Est le coefficient de diffusion de l'énergie fluctuante.

## 1.2 Tenseurs de contraintes de frottement

Dans la configuration d'un écoulement granulaire solide, il est nécessaire [3,4] de considérer le phénomène de frottement. Le tenseur de contraintes de frottement pour un fluide Newtonien incompressible est donné par [5]:

$$T_f = p_f I + \mu_f \left[ \nabla v_s + (\nabla v_s)^T \right] \quad (18)$$

La pression  $p_f$  et la viscosité de frottement  $\mu_f$  viennent s'ajouter alors à ceux fournies par la théorie cinétique des gaz, conditionnées par la relation  $\alpha_s > \alpha_{s,\min}$  :

$$p_s = p_{T-K} + p_f \quad (19), \quad \mu_s = \mu_{T-K} + \mu_f \quad (20)$$

Johnson et al. [5] ont proposés une équation semi empirique pour la pression de frottement, et Schaeffer [6] une relation pour la viscosité :

$$p_f = F_r \frac{(\alpha_s - \alpha_{s,\min})^n}{(\alpha_{s,\max} - \alpha_s)^p} \quad (21), \quad \mu_f = \frac{p_f \sin \phi}{2\sqrt{I_{2D}}} \quad (22)$$

Avec  $F_r$ ,  $n$  et  $p$  sont des constantes empiriques,  $I_{2D}$  est la seconde invariante du déviateur de tenseur de contrainte,  $\phi$  est l'angle de frottement.

## 2 Résultats numériques et validation

Initialement le cylindre est rempli partiellement de particules au repos, fig. 2 (0s), avec une fraction volumique uniforme, les autres variables sont initialisées à zéro. Pour le gaz et le solide on a imposés une condition d'adhérence à la paroi. Le cylindre est animé d'une vitesse de rotation  $0.179 \text{ rad/s}$ . Le maillage utilisé est un maillage initialement structuré dans un repère orthonormé  $Oxy$ , fig. 1, le pas de temps est de  $10^{-4}$ s. la durée de simulation en temps réel est de 77 s.

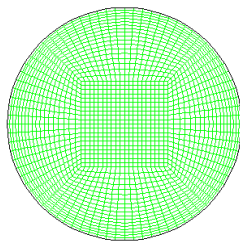


Fig. 1. Maillage du cylindre

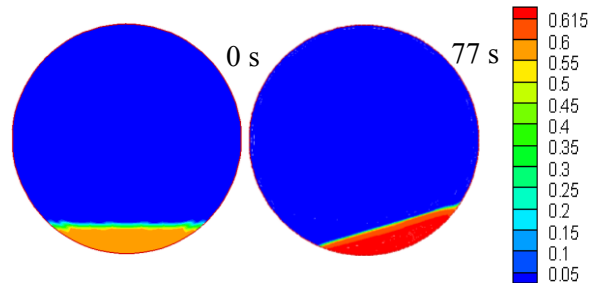


Fig. 2. Fraction solide initiale et finale

La validation de nos résultats est réalisée par comparaison avec les données expérimentales de Ding et al. [7]. Une première validation, d'ordre géométrique, indique clairement que la configuration finale de l'écoulement, fig.2 (77 s), est semblable au cas typique du régime "Rolling". D'un aspect régulier, la surface est plate. La corde  $2L$  de la surface du lit est de 266.6 mm et la profondeur du lit à la mi- corde est de 49.6 mm. Confrontés aux résultats expérimentaux de Ding et al. [7] on est à 98,7 % en longueur et 97,25 % en profondeur.

La seconde validation est d'ordre numérique. Le sujet de comparaison n'est ni la vitesse tangentielle ni normale, ni encore les composantes de  $v_s$  sur les axes  $Ox$  et  $Oy$  (fournies par FLUENT), mais c'est la composante du vecteur de vitesse des particules sur l'axe  $Ox'$ . La fig. 3 illustre ces détails, où  $v'_{s,1}$  représente la projection de  $v_s$  sur l'axe  $Ox'$ , lequel est parallèle à la surface libre du lit. L'expression de cette composante, fonction de l'angle dynamique de repos  $\varepsilon$ , a été déterminée pour prendre la forme finale :

$$v'_{s,1} = v_s \cos \left( -\pi + \arccos \left( \frac{v_{s,1}}{v_s} \right) - \varepsilon \right) \quad (23)$$

La fig. 4 met en évidence la comparaison entre nos résultats numériques et les valeurs expérimentales de la vitesse  $v'_{s,1}$  en fonction de la profondeur adimensionnée du talus. La tendance générale des résultats numériques est satisfaisante. A la surface du lit (couche active) et au fond du talus (couche passive), les courbes sont presque confondues, respectivement le modèle de collision binaire et le modèle de frottement inter- particulaires trouvent leurs justifications. Cependant dans les couches de part et d'autre de l'interface active-passive, les particules se retrouvent en contact avec au moins trois à quatre particules en même temps, tenir compte d'une collision unique (modèle de collision binaire) en omettant les autres conduit à des pertes d'informations qui, en conséquence, créent ces différences. On tiens cependant à signaler que les essais de simulations sans la prise en compte des frottements inter- particulaires n'ont aboutis à rien, le talus de matière bouge sur place et n'arrive pas à adhérer à la paroi pour poursuivre son ascension.

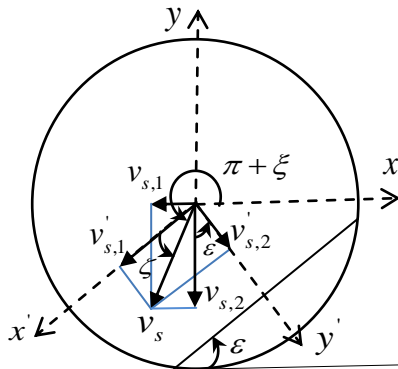


Fig. 3. Références et angles de projections du vecteur de vitesse  $v_s$

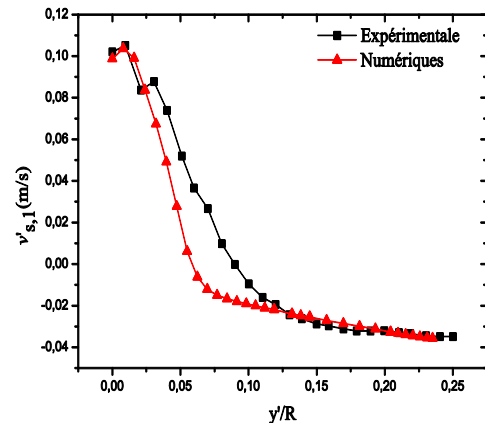


Fig. 4. Vitesse  $v'_{s,1}$  en fonction de la profondeur adimensionnée ( $y'/R$ ).

Les particules atteignent leur vitesse la plus élevée à la surface du lit, fig. 5-détail A et B, puis elle décroît avec l'augmentation de la position radiale, s'annule à l'interface active-passive et finalement change de sens à cause du renversement de l'écoulement. Les figures 5-détail-C et 5-détail D montrent l'emportement dans la couche active et la ré-infiltration dans la couche passive, respectivement, des particules aux deux extrémités du lit.

Un nouveau et important événement est mis en évidence dans la carte vectorielle fig. 5: les vecteurs de vitesse des particules ne sont pas toujours parallèles à la surface libre, comme il est fait état dans les travaux antérieurs ; à la limite supérieure de la couche active, fig. 5-détail B elles forment un angle avec la surface libre, ce qui représente une situation typique des particules qui sautillent (avance par petits sauts) pour se déplacer. Le mouvement des particules dans l'écoulement transversal a lieu via trois principaux mécanismes : le roulement, le glissement et le sautillerment. Dans le cas des deux premiers, à la limite supérieure du lit où les particules s'écoulent vers le bas, les vecteurs de vitesses devraient être parallèles à cette dernière, comme résultat du libre parcours des particules dans cette zone. Étant donné que les vecteurs de vitesses sont inclinés, aucun des deux mécanismes n'explique la situation. Ainsi, le dernier mécanisme prend place, le sautillerment. On pourra trouver une description plus détaillée sur les mécanismes de mouvement de particules à l'intérieur des tambours (cylindres) rotatifs dans Ian C. Kemp [8]. Des éclaircissements précédents, une nouvelle couche est introduite à la configuration classique, fig. 6(b). La nouvelle configuration proposée est schématisée sur la , fig. 6(a)., la couche active est subdivisée non pas en deux parties mais en trois : la couche (conventionnelle) active, avec une épaisseur  $(\delta_0 - \Delta)$ , caractérisée par un flux uniforme des particules dans leur mouvement dévalant, l'interface active-passive avec une épaisseur  $(\delta - \delta_0)$ , et la limite supérieure du lit d'une épaisseur  $\Delta$ , où les vecteurs de vitesse ne sont pas parallèles à la surface libre du lit.

### 3 Conclusion

Toutes les zones caractéristiques de l'écoulement ont été captées, la couche active, la couche passive et l'interface entre les deux.

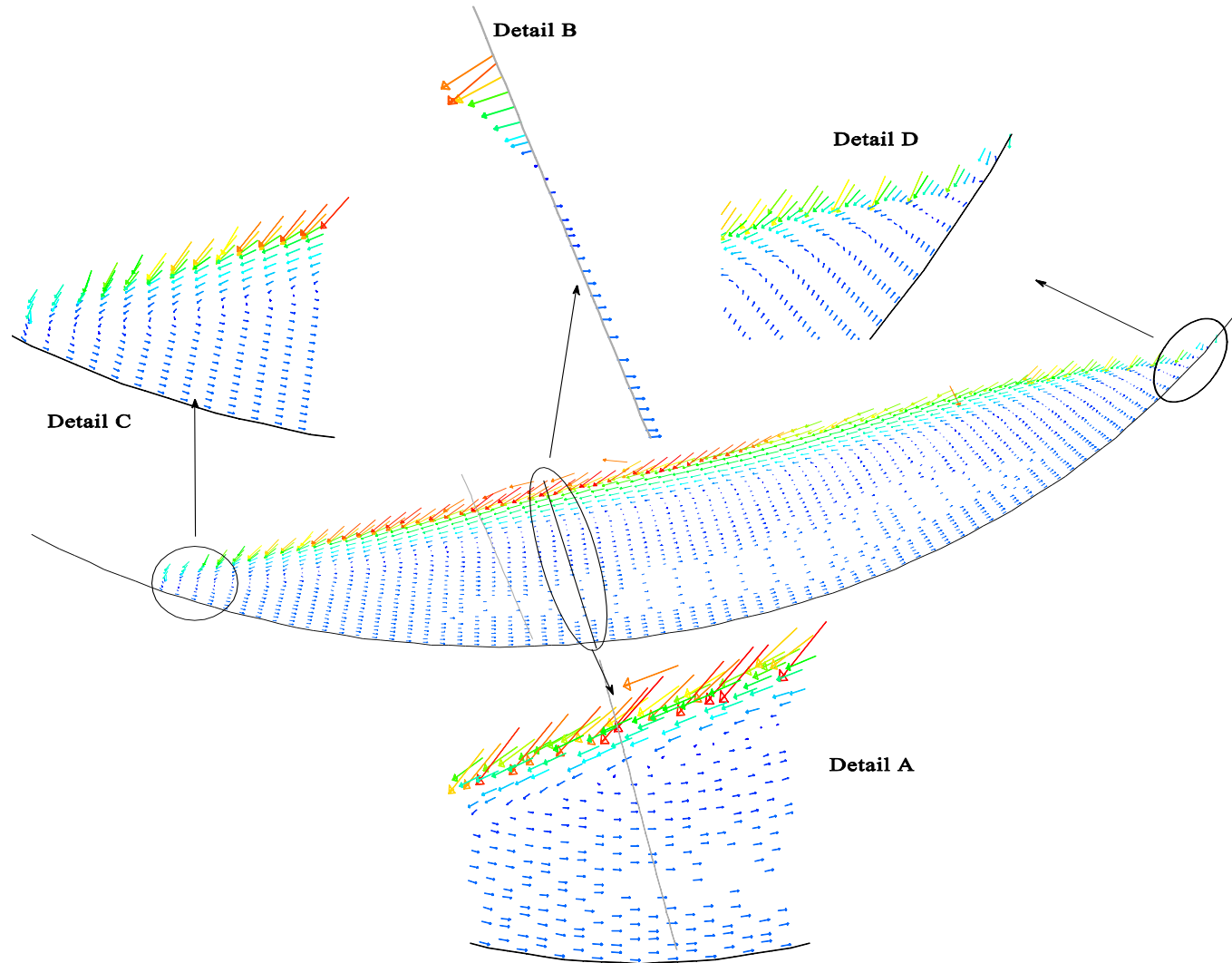


Fig. 5. Vecteurs de vitesse des particules solides à  $t = 77$ s.  $v_s$  [m/s] varie de 0 à 0.248.

Les paramètres géométriques sont en bons accords avec les résultats expérimentaux [7] à raison de 98,7% pour la corde  $2L$ , de 97,25% pour la profondeur du lit et de 83,33% pour l'épaisseur maximale de la couche active. Un nouveau phénomène jusqu'à présent omis dans toutes les études expérimentales, et reste non perçu par les simulations antérieures, fait surface. En effet les vecteurs vitesses à la surface du lit de matière ne sont pas toujours parallèles à cette dernière, mais admettent un angle d'attaque. Ceci indique que les particules solides après un léger sautillerment reviennent toujours alimenter la couche active. Une nouvelle couche est introduite à la configuration traditionnelle, dans les travaux analytique le développement de modèles analytiques repose sur l'hypothèse que l'écoulement des particules est uniforme dans la couche active, c.-à-d. à travers l'épaisseur  $\delta_0$ . Cependant, d'après les résultats obtenus dans ce travail, cette supposition est acceptable seulement à travers l'épaisseur  $(\delta_0 - \Delta)$ . Cette épaisseur ( $\Delta$ ) ne devrait pas être omise en considération de sa valeur qui peut atteindre au maximum, à une position proche de la mi-corde,  $\cong 3.21$  mm, la dimension de deux particules (billes) solide et représente environ de 25% de  $\delta$ .

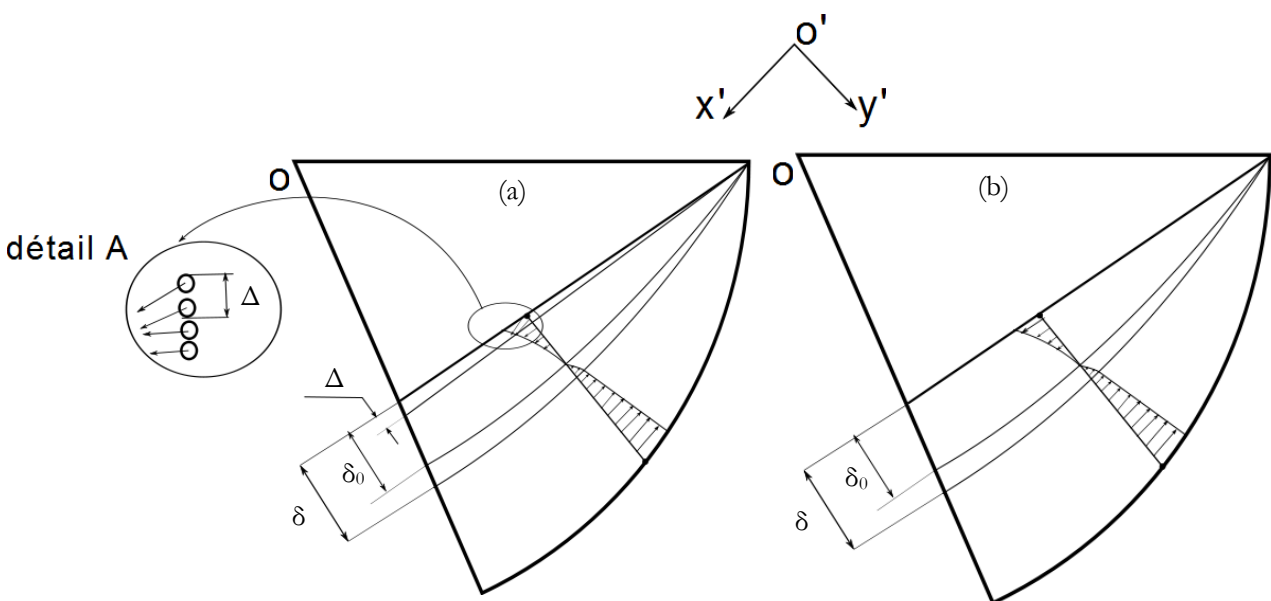


Figure 6. Schématisation des différentes couches d'écoulements.  
(a) nouvelle configuration. (b) configuration classique.

## References

- [1] Gidaspow D., Multiphase Flow and Fluidization: Continuum and Kinetic Theory Descriptions, Academic Press, New York, 1994.
- [2] Nieuwland J. J., Sint Annaland M. van, Kuipers J. A. M., and van Swaaij W. P. M., Hydrodynamic Modeling of Gas/Particle Flows in Riser Reactors, AIChE Journal, vol. 42, No. 6, 1996.
- [3] Boateng A.A., Boundary layer modeling of granular flow in the transversal plane of a partially filled rotating cylinder, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 24, No. 3, pp 499-521, 1998.
- [4] Boateng A.A., Barr P.V., Granular flow behaviour in the transverse plane of partially filled rotating cylinder, J. Fluid Mech, vol. 330, pp.233-249, 1997.
- [5] Johnson P. C. and Jackson R., Frictional-collisional constitutive relations for granular materials with application to plane shearing. J. Fluid Mech. vol. 176, 67-93, 1987.
- [6] Schaeffer D., Instability in the evolution equations describing incompressible granular flow, J. Differ. Equat. vol. 66; 19-50, 1987.
- [7] Ding, Y.L., Seville, J.P.K., Forster, R.N. and Parker, D.J., Solids motion in rolling mode rotating drums operated at low to medium rotational speeds, Chem Eng Sci, vol. 56, 1769-1780, 2001.
- [8] Ian C. Kemp, Comparison of particle motion correlation for cascading rotary kiln, Proceeding 14th Inter. Drying symp. (IDS 2004), Sao Paulo, Brazil 22-25 august 2004, vol. B, PP 790-797.